

修士論文

乱れた磁場中を運動する相対論的粒子からの放射

大阪大学理学研究科 宇宙地球科学専攻

宇宙進化グループ 修士課程

24F09019 寺木悠人

2011.2.3

概要

ガンマ線バースト（以下 GRB）は宇宙で一番明るい爆発現象であり、観測も年数百回ほどの頻度でされている。しかしその放射メカニズムについては、未だはっきりしたことは分かっていない。標準的には、衝撃波領域で加速された電子からのシンクロトロン放射であると考えられているが、このモデルでは説明できないスペクトルを持った GRB が多数存在する。シンクロトロン放射のスペクトルは低振動数側で $F_\omega \propto \omega^{1/3}$ となるが、それらの GRB はこれよりもハードな低振動数成分を持つのだ。また、GRB の衝撃波近傍ではプラズマ不安定によって、小さいスケールで乱れた強磁場が励起されることが理論的に予想されている。そのような磁場中を運動する電子は、シンクロトロン放射の前提であるきれいなジャイロ運動を描けなくなることが考えられる。そこで本研究では乱れた磁場中を運動する電子からの放射スペクトルについて調べた。乱れた磁場からの放射スペクトルは、磁場のスケール λ_B と磁場強度を B 用いたパラメータ $a = eB\lambda_B/m_e c^2$ で特徴付けられる。粒子のローレンツ因子を γ とすると、 $a \gg \gamma$ の状況はラーモア半径 r_L より磁場の乱れのスケールが非常に大きいことに対応し、シンクロトロン放射の仮定を満たす。逆に $a < 1$ の場合は乱れのスケールがシンクロトロン放射の特徴的振動数を出すために必要な距離 r_L/γ より小さく、この距離をジャイロ運動することができない状況を表す。 $a \ll 1$ の場合は電子の軌道を直線近似でき、軌道の微小なぶれを摂動として取り扱える。この状況における放射を解析的に計算したのが Medvedev の”ジッター放射”である。しかし $1 \lesssim a$ の領域にまでなると、もはや摂動理論は使えない。この範囲を統計的に取り扱った Fleishman による”Diffusive Synchrotron Radiation”という理論もあるが、磁場の取扱いを小スケールの磁場 + 大スケールの磁場としているので、 $1 < a < \gamma$ のような中間的なスケールの磁場の場合に厳密に正しいかどうかは自明ではない。それに対し本研究では全ての範囲の a の値の場合について、以下のように第一原理的に放射スペクトルを求めた。まず磁場のパワースペクトルを a を決めるようにコロモゴロフの乱流理論にしたがって与え、それをフーリエ変換して乱れた磁場を生成する。そしてその磁場中に単一エネルギーの電子群を投入してその軌道を計算する。それぞれの電子の運動方程式から得られた加速度から、リエナード = ヴィーヒェルトポテンシャルを用いて放射スペクトルを計算した。その結果 $a \ll 1$ の状況から $a \gg \gamma$ までどのようにスペクトルが変化していくかが明らかになった。その中で $a \lesssim 5 (< \gamma)$ の状況で単位振動数 ω あたりのフラックス $F_\omega \propto \omega^{1/2}$ というハードな低振動数成分を持ったスペクトルがありえることを示した。 $1 < a < \gamma$ は、GRB でも起こっていると考えられているプラズマ無衝突衝撃波のシミュレーションでも示唆されている a の値の範囲である。これにより従来のシンクロトロン放射よりもハードなスペクトルを持った GRB の一部が自然に説明される。また $a \lesssim \gamma$ の範囲では、シンクロトロン放射とジッター放射の両方の特徴を持った興味深いスペクトルが得られた。これは GRB の問題と直接は関係ないが、物理的に重要な発見である。

目次

1	導入	3
1.1	GRBの観測	3
1.2	GRBの標準モデル	9
1.2.1	モデルの制限条件	9
1.2.2	内部外部衝撃波	10
1.2.3	衝撃波近傍の物理と放射スペクトル	12
1.2.4	標準モデルの問題点	14
1.3	GRBの磁場再考	17
1.4	本研究の目的と先行研究	21
2	モデルと定式化	22
2.1	乱れた磁場の再現	22
2.2	運動の記述方法	24
2.3	放射スペクトルの計算法	24
3	結果	27
3.1	シンクロトロン放射スペクトルの再現	27
3.2	$a < 1$ の場合	30
3.3	$1 \leq a < \gamma$ の場合	32
3.4	$a \geq \gamma$ の場合	34
3.5	結果のまとめ	37
4	考察と議論	40
4.1	スペクトル指数	40
4.1.1	$a \ll 1$ における $F_\omega \propto \omega^0$ について	40
4.1.2	$a < 1$ における $F_\omega \propto \omega^{-\nu}$ について	41
4.1.3	$a \sim 1$ における $F_\omega \propto \omega^{1/2}$ について	41
4.1.4	$a \gtrsim 5$ における $F_\omega \propto \exp(-\omega)$ 、同時に現れる高振動数領域の $F_\omega \propto \omega^{-\nu}$ について	42
4.2	ブレイク振動数	43
4.2.1	$a \ll 1$ における $\omega_{\text{br}1}$	43
4.2.2	$a \sim 1$ における $\omega_{\text{br}2}$	43
4.2.3	$a \gtrsim 5$ における $\omega_{\text{br}3}$	44
4.2.4	$a > 5$ における $\omega_{\text{br}4}$	44

4.3 ブレイクのまとめ	45
5 全体のまとめと今後の課題	46
5.1 まとめと結論	46
5.2 今後の課題	46
付録A 相対論的ビーミング	48
付録B ワイベル不安定性	49
付録C 仮想光子の方法	50
付録D Fleishman の統計的取扱い Diffusive Synchrotron Radiation (DSR)	51
付録E Medvedev の仮定した磁場からの 放射スペクトルについての考察	54

1 導入

ガンマ線バースト(以下 GRB)は、 10^{52-53} erg ものエネルギー(太陽の静止質量エネルギーは 10^{54} erg)をほんの数秒で解放する、宇宙でもっとも明るい爆発現象である。発見後しばらくはガンマ線が数十秒観測されるだけで、他に手がかりがなかったので謎の現象であったが、1997年の観測のブレークスルー(GRB までの距離の同定)以来 [26][15]、非常に活発に理論、観測両面で研究が行われ、近年その真の姿に迫りつつある。導入部分では、まず GRB の発見から今までの研究の流れを概観し GRB の標準モデルやその問題点について述べる。次に本研究で注目する、GRB の放射領域で考えられる乱れた磁場の特徴や、その中を運動する粒子からの放射に関する先行研究について触れ、本研究の立ち位置を明らかにする。セクション 2 では本研究で用いたモデルとその定式化、セクション 3 で結果として得られたスペクトルを示す。さらにセクション 4 で様々なストレンジパラメータ a における、スペクトルの形の物理的理由について考察し、セクション 5 で本研究全体をまとめる。

1.1 GRB の観測

GRB の発見は 1967 年、アメリカの軍事衛星 VELA によってなされた [30]。これは他国が核実験を行ってないか監視するための衛星だったが、地表からではなく、宇宙からガンマ線がやって来ていることを発見したのだ。当時は超高エネルギー光子であるガンマ線が宇宙から多量に飛来するなどまったく予想されていなかったで、これは大発見であった。しかしガンマ線が短時間見えるだけだったので、このガンマ線の起源については全く分からなかった。その後、70-80 年代にはいくつかの X 線観測衛星やガンマ線センサーを備えた人工衛星により観測がなされ、GRB はガンマ線のみならず X 線でも光っていることはわかったが、方向決定精度が低かったのでそれ以上決定的なことは何も言えず研究はあまり進まなかった。しかし 91 年になって状況は一変する。コンプトンガンマ線衛星に搭載された BATSE により、精度よくガンマ線到来方向がわかるようになったのだ。その結果、GRB は図 (1) にあるように全天に渡ってランダムに分布することがわかった。GRB が銀河内で起こっているのならば銀河面に集中するはずなので、銀河系外での現象らしいことはわかったが、GRB までの距離について確定的なことを言うのにはこれだけでは足りず、距離の同定に関しては 96 年の BeppoSAX の打ち上げを待つことになる。BATSE は時間分解能、周波数分解能が高い優秀な観測器だったので、きれいな光度曲線やスペクトルを描くことができ、それらの系統的な研究を可能にした。図 (2) の BATSE による光度曲線を見ると、GRB は特徴的な光度曲線の形と言うものを持たないことが分かる。継続時間も典型的には数十秒といえるが、ばらつきが大きく、 10^{-3} 秒 ~ 10^3 秒にもなる。

光度曲線が様々なものであるのと異なり、スペクトルは一般に図 (3) にあるようなべき関数をつないだ形をしており、バンド関数と呼ばれる以下の経験式 (1) でよく表現できる。(D.Band et al [5] より)

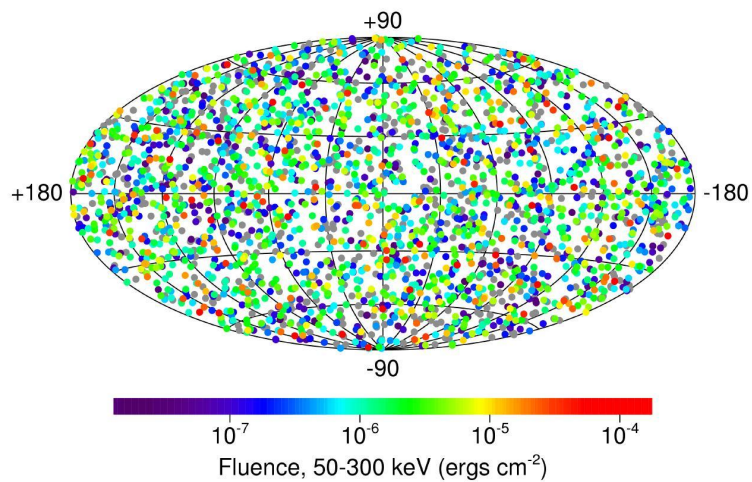


図 1: BATSE による GRB の全天分布 <http://hera.ph1.uni-koeln.de/heintzma/k1/ChSkyMap.htm/>より転載座標は銀経、銀緯

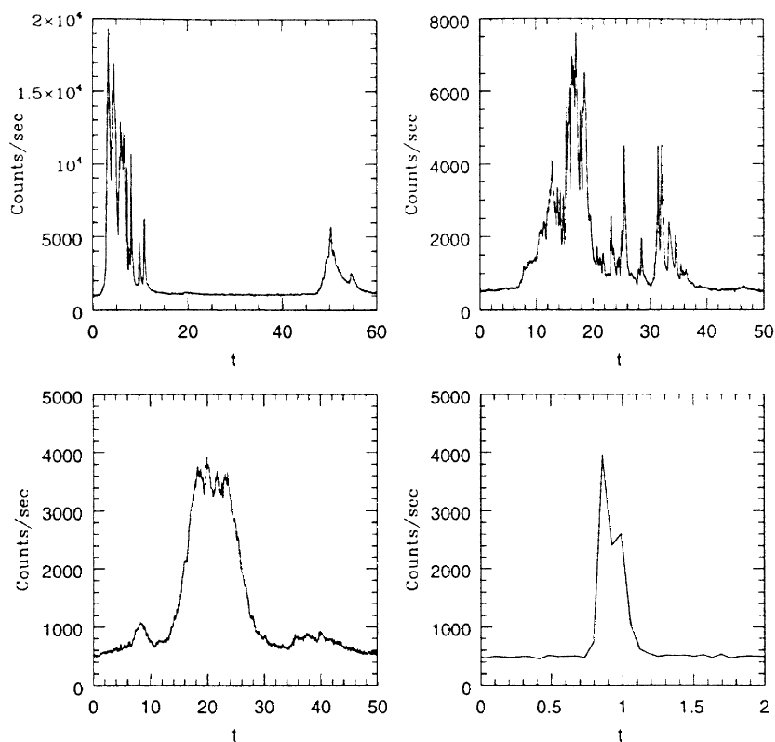


図 2: GRB の光度曲線の例。コンプトンガンマ線衛星に搭載された BASTSE によるもの。BATSE の観測エネルギー幅は 20-600keV。典型的な形はないことが分かる。Piran 1999[37] より

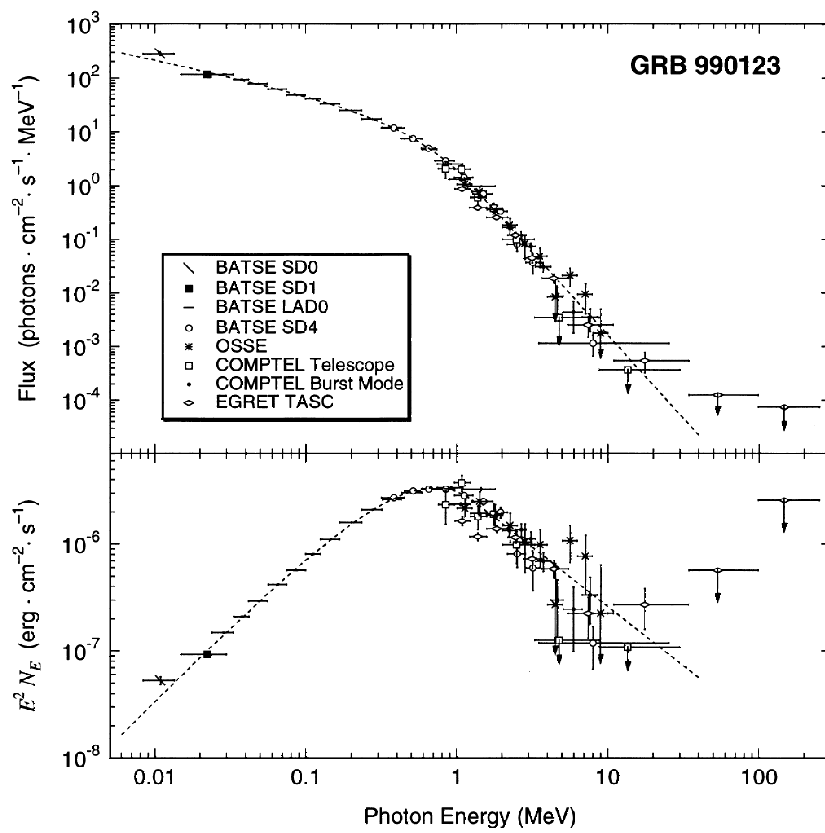


図 3: GRB の典型的なスペクトル、バンド関数によってフィッティングされる。Briggs et al 1999[21]より

$$f(E) = \begin{cases} A \left(\frac{E}{100 \text{keV}} \right)^\alpha \exp\left(\frac{-E}{E_0}\right) & \text{for } (\alpha - \beta)E_0 \geq E, \\ A \left(\frac{(\alpha - \beta)E_0}{100 \text{keV}} \right)^{\alpha - \beta} \exp(\beta - \alpha) \left(\frac{E}{100 \text{keV}} \right)^\beta & \text{for } (\alpha - \beta)E_0 \leq E, \end{cases} \quad (1)$$

図 (3) のスペクトルの折れ曲がりのエネルギーを E_{peak} 、と呼び一般に約 250keV 程度である。またべき指数は $\alpha \sim -1$ 、 $\beta \sim -2.5$ である。

GRB はすばやい時間変動をする即時放射だけではなく、その後長く続く残光も発する。即時放射がガンマ線を数十秒程度発するのに対し、残光は多波長 (ガンマ線、X 線、可視光、電波) で数ヶ月光り続ける。GRB までの距離はこの残光の観測で得られた。1997 年、X 線天文衛星 BeppoSAX の広視野 X 線カメラ WFC により GRB970228 (1997 年 2 月 28 日に観測された GRB の意) の位置が特定された。そしてすぐさま BeppoSAX の主望遠鏡で X 線観測がなされ、その結果 X 線未同定天体が発見された。この X 線は時間に対しべき関数的に光度が落ちて行っていることもわかった (図 4)。残光の発見である。さらに同じ位置を可視光で見ると X 線と同じように光っていることが発見され、GRB 母銀河の可視光分光観測も可能となった。吸収線の赤方偏移を測った結果、GRB は宇宙論的距離で起こっていることがわかった。(初めて赤方偏移が分かった GRB970508 は $z=0.835$ 、69 億光年遠方) ガンマ線光度との関係から莫大なエネルギーを発していることになり、小節 (1.2.1) で詳しく述べるコンパクトネス問題 (フラックス、放射領域のサイズをみつめると光学的に非常に厚く、ガンマ線は出てこれないはず) が重大な問題となった。

また、光度は時間のべき関数で落ちていくのだが、ある時間たったところ (一日程度) でブレイクがあり、そこから光度の落ち方が激しくなることも発見された。これにより GRB は等方的な爆発ではなく、細く絞られたジェット状になっているかも知れないと考えられ始めた。つまりジェットが発射からある時間たったところで広がり始め、このことにより減速が大きくなり、光度の落ち方が変わるのだろうと考えられるようになったのだ [33]。GRB がジェット状であった場合、爆発エネルギーは球対称爆発を仮定して見積もられた場合の $\theta_{\text{jet}}/4\pi$ となるので、超新星爆発程度のエネルギー (10^{52}erg 程度) で GRB を起こすのに必要なエネルギーがまかなえるだろうと考えられた。最近の観測によると、残光の光度曲線はジェットブレイクだけでなく、さらに複数のブレイクをもつことも分かってきた。2004 年に打ち上げられた GRB 観測衛星 Swift は、その名が表すとおりそれまでの衛星よりも素早く GRB の方向を向くことができるので、初期の残光 (100 秒以内) を観測することが可能である。初期残光の観測の結果、光度曲線は予想されたようなきれいなべき型の形ではなく、いくつものブレイクやフレアを含む複雑な形をしていることがわかり (図 5)、ジェットブレイクの意味があいまいになりつつある。この複雑な光度曲線がどのような仕組みで作られるかは現在も研究の対象である。本研究は即時放射に焦点を当てるので残光についてこれ以上踏み込まずここでとめておく。次に即時放射と残光を統一的に説明する、標準モデルについて考えていく。

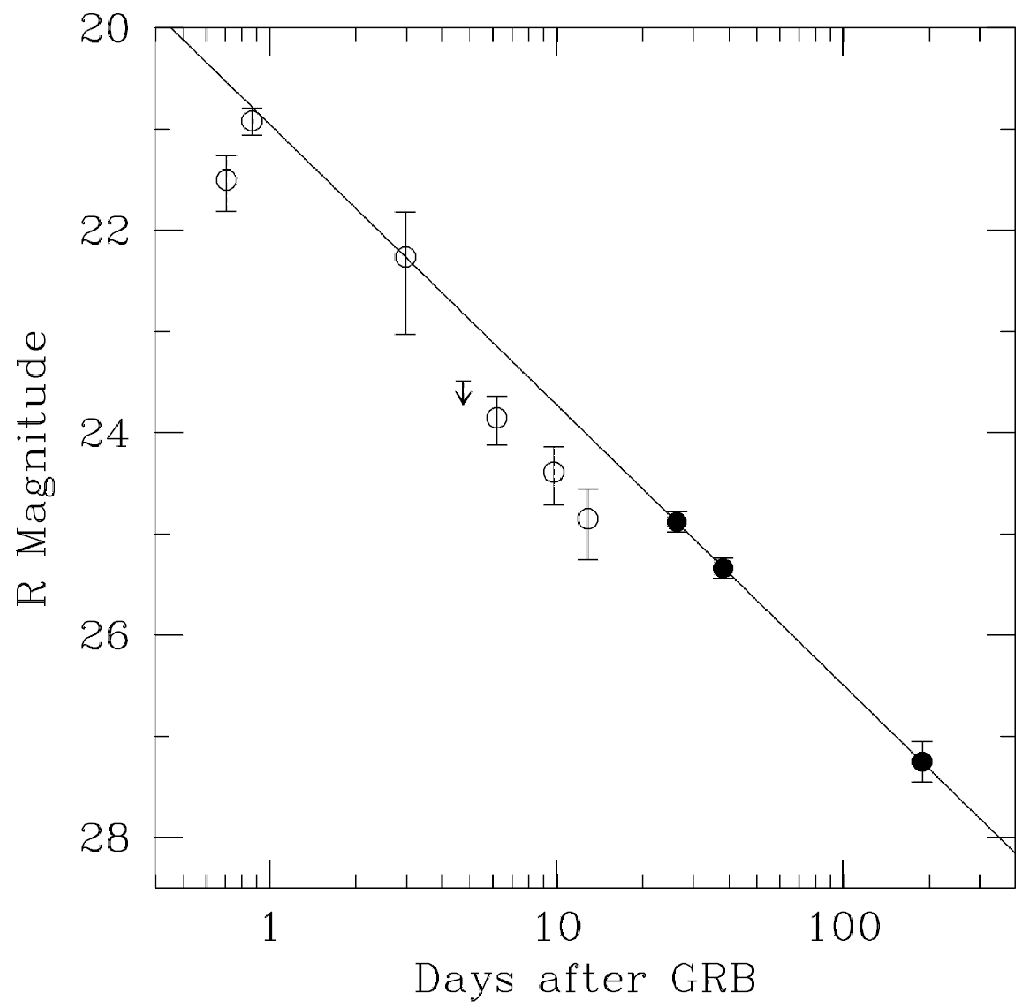


図 4: GRB970228 の残光の光度曲線 Fruchter et al.[1] より

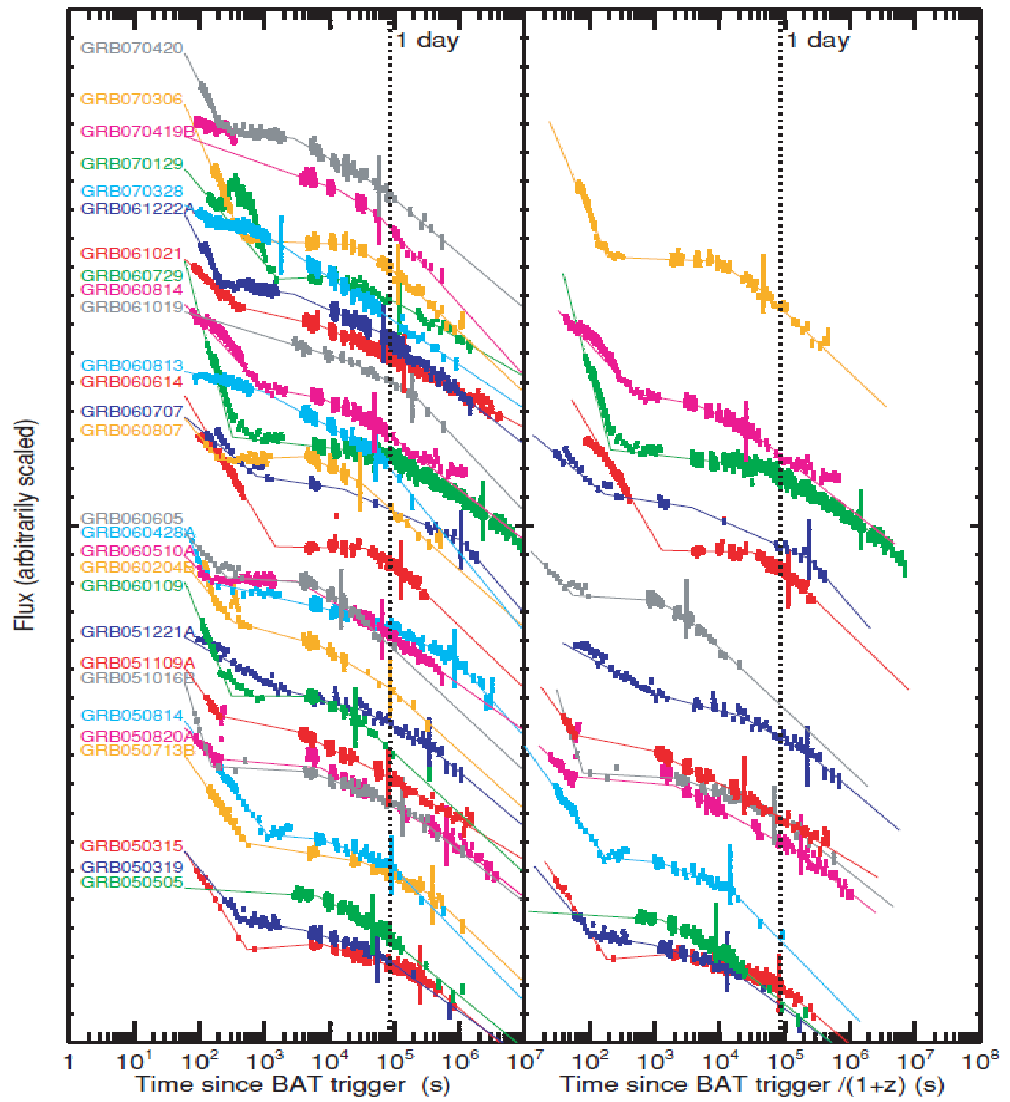


図 5: swift による GRB の初期残光観測 複雑な挙動を示す。Racusin et al.[17]

1.2 GRB の標準モデル

ここでは GRB の標準的な描像を述べる。観測を説明するためには、物理的な制限から GRB は相対論的な爆発現象でなければならないことが分かる。まずはその制限について定量的な議論をし、その条件をみたした標準モデルである内部外部衝撃波モデルについて述べる。

1.2.1 モデルの制限条件

ここでは GRB のモデルを作る上で絶対に無視できない制限条件、いわゆるコンパクトネスについて定量的な議論をする。観測されるガンマ線フラックスの変動時間は約 $\delta t \sim 10$ ミリ秒なので、単純には放射領域のサイズは $R \sim c\delta t \sim 3 \times 10^8 (\delta t/10\text{ms})[\text{cm}]$ と見積もることができる。その間に放射されるガンマ線のエネルギーは等方的爆発を仮定すると、 $\sim L_\gamma \delta t \sim 10^{49} \text{erg}$ であり、このうち電子陽電子対生成を起こすのに十分なエネルギーを持っている光子の割合を f_p とすると、(観測的には 1 のオーダー) 放射領域における対生成可能な光子密度数は $f_p L_\gamma \delta t / (m_e c^2 R^3)$ となる。電子陽電子対生成の断面積はトムソン断面積 σ_T と同程度であることを考え合わせると、一つの光子の単位時間あたりの他の光子との衝突回数は

$$c\sigma_T f_p \frac{L_\gamma \delta t}{m_e c^2}$$

となり、領域を脱出するのにかかる時間 $t_{esc} \sim R/c \sim \delta t$ であるから、対生成に対する光学的厚みは

$$\tau_{\gamma\gamma} \sim \frac{\sigma_T f_p L_\gamma \delta t}{R^2 m_e c^2} \sim 10^{14} f_p \left(\frac{L_\gamma}{10^{51} \text{erg}} \frac{\delta t}{10 \text{ms}} \right) \gg 1 \quad (2)$$

となる。つまりこれでは大量のガンマ線がでてくることは不可能となる。しかし GRB は実際に観測されている。この一見矛盾する現象を説明する方法として広く受け入れられているのが放射領域が相対論的運動をしていると考えることである。放射領域が相対論的な運動をしていると、2つの効果で $\tau < 1$ とすることが可能となり、コンパクトネス問題が解決する。一つは観測者方向に放射領域が動いていると光子は青方偏移しているという効果である。つまり GRB の大部分は放射領域の固有系では X 線であり、実際には f_p は $\Gamma^{2(\beta+1)}$ 倍程度小さい。ここで Γ は放射領域のバルクのローレンツ因子、 β はバンド関数の高エネルギー側のべき指数である。電子陽電子対生成の条件は $E'_1 E'_2 > (m_e c^2)^2$ であるが、観測者系では $E_1 E_2 > \Gamma^2 (m_e c^2)^2$ となる。よって $f_p \propto \int_{E_1} N(E) dE \propto E_1^{(\beta+1)} \propto \Gamma^{2(\beta+1)}$ となる。

二つめの効果は放射領域の大きさが見積もった大きさより Γ^2 倍大きくてもよいということである。まず、ビーミングの効果(付録 A 参照)により放射は放射領域の進む方向に $1/\Gamma$ の角度で絞られる。このことにより観測者は放射領域の $1/4\Gamma^2$ の面積しか見えない。よって球殻の一部を観測者が見て円形に見えるとした時、中心と端から同時に光が出たとすると、球殻の曲率による光路差の分の時間のずれは R/c ではなく、 $R\Gamma^2/c$ 程度である。よって

$$R \sim c\Gamma^2 \delta t \quad (3)$$

となる。この二つの効果により、 $\tau_{\gamma\gamma} \Gamma^{2(\beta+1)} \times \Gamma^{-4} \sim \Gamma^{-7}$ となる。ただしここで $\beta \sim -2.5$ を用いた。よって式 (2) より $\Gamma > 100$ であれば $\tau_{\gamma\gamma} < 1$ となってガンマ線は放射領域からでて来ることが可能になる。逆に言うと、コンパクトネスを考えると GRB は止まった領域から放射されるものではない。以上の議論により、GRB のモデルはバルクで $\Gamma > 100$ となるような放射領域を実現するものでなくてはならない。

1.2.2 内部外部衝撃波

ここまでの観測結果と議論からモデルを作る上で説明できなくてはならないものは、(1) ガンマ線即時放射の非常に短時間の光度の時間変動、(2) 多波長残光の緩やかに変化し長く続く振る舞い、(3) コンパクトネス問題を解決するように放射領域は放射時には $\Gamma > 100$ もの相対論的運動をしている、という三点である。これらを満たすように作られ、現在標準的なモデルとされているのが内部外部衝撃波モデルである。 $\Gamma > 100$ ものプラズマ流がいくつも小さい領域から放出され、それら同士が衝突し、内部衝撃波を起こしガンマ線を放出、衝突を繰り返し一体となった流れが星間物質と外部衝撃波を起こし残光を発するという描像である。定量的な議論を始めるに当り、まず考えるべき点は放射領域がどのようにして $\Gamma > 100$ という超高速まで加速されているのかであるが、これはまだ解決されていない問題で、様々な仮説が出ている状態である。ここでは熱圧力によって加速するファイアボールモデル ([3]、[22]) の立場にたって考える。他の加速機構としては磁場を利用するものも提案されているが、ここでは考えないものとする。また、上で紹介したように GRB は細く絞られたジェット状になっていると考えられている。ジェットがどのようにして収束するか、その開き角がどのくらいかは解決すべき問題であるが、ここでは加速とその後の放射に焦点を置き今は考えず、簡単のため球対称であるとする。

まず、小さい領域で莫大なエネルギーが解放されることを考える。(具体的には観測された時間変動からその空間スケールは $\sim 10^{7-8}$ cm であろう。また GRB のような激しい現象はブラックホールのような強重力、中性子星のような強磁場が関係しているのかもしれないとは想像がつくし 10 太陽質量のブラックホールのシュバルツシルト半径 $\sim 3 \times 10^6$ cm であるので、GRB はこのようなブラックホール近傍での現象かもしれないと予測もできる。) エネルギーが解放されると電子陽電子対生成が起き、それ自身の熱圧力により加速膨張する。これは断熱自由膨張なので、共動系でのエントロピー $\propto T^3 R^3$ を保存する(エントロピー密度 $\propto T^3$ 、体積 $\propto R^3$ である)。また、観測者系でのエネルギー $\propto \Gamma T^4 R^3$ も保存する(共動系でのエネルギー $\propto T^4$)。これら二つを考え合わせると $\Gamma \propto R$ となり、ファイアボールのローレンツ因子は半径に比例して増大する。初期に与えられたエネルギー E が全てバルクの運動エネルギーに変わるところで加速が止まると考えられる。すると達成されるローレンツ因子は $\Gamma = E/Mc^2$ となり、その後は等速で膨張し続ける。つまり、初期火の玉に混じっているバリオンの量 $\eta = E/Mc^2$ で表せられる。

$$\Gamma = \eta$$

つまり $\eta > 100$ であれば (3) の問題は解決される。この時点で電子陽電子対はすでにほぼ全て対消滅しているため、少量混じっていたバリオンに付随していた電子が残るが、さらに火の玉が膨張していくと電子の密度が下がり、光学的厚みが ~ 1 になると火の玉は散乱に対して透明になる。その半径を光球半径と呼ぶ。この内部外部衝撃波モデルではここまでほとんど全てのエネルギーはバリオンの運動エネルギーに転化してしまっていてここで逃げる光子は少ないとし、GRB の放射の主な成分ではないと考える。

最初熱エネルギーをバルクの運動エネルギーに転化したが、GRB として観測されるためにはそれをもう一度解放し、さらに放射に変える必要がある。エネルギーの解放は衝撃波によってなされると考えられている。前の段落では一つの火の玉しか考えなかったが、エネルギー供給に時間変動があるといくつもの異なるローレンツ因子 Γ をもった球殻ができることが考えられる。先に発射された球殻より大きいローレンツ因子 Γ を持つ球殻が後に発射されると、二つの球殻は衝突し衝撃波を形成する。以下どのくらいのエネルギーを解放できるか考える。単純にはこれは二体衝突で考えればよい。

今ローレンツ因子 Γ_r をもつ質量 m_r が Γ_s を持つ m_s にぶつかって Γ_m をもつ一つの m_m になったとする。解放されるエネルギーを E_m とし、エネルギーと運動量の保存を考えると、

$$m_r\Gamma_r + m_s\Gamma_s = (m_r + m_s + E_m/c^2)\Gamma_m \quad (4)$$

$$m_r\sqrt{\Gamma_r^2 - 1} + m_s\sqrt{\Gamma_s^2 - 1} = (m_r + m_s + E_m/c^2)\sqrt{\Gamma_m^2 - 1} \quad (5)$$

この二つの式を組み合わせて解くと

$$\Gamma_m = \frac{m_r\Gamma_r + m_s\Gamma_s}{\sqrt{m_r^2 + m_s^2 + 2m_r m_s(\Gamma_r\Gamma_s - \sqrt{\Gamma_r^2 - 1}\sqrt{\Gamma_s^2 - 1})}} \quad (6)$$

となり、エネルギー変換効率 ϵ は

$$\epsilon = 1 - \frac{(m_r + m_s)\Gamma_m}{m_r\Gamma_r + m_s\Gamma_s} \quad (7)$$

で与えられる。今 $m_r = m_s$ の等質量の式を考えると $\Gamma_r = 2\Gamma_s$ ならば $\epsilon \sim 0.06$ 、 $\Gamma_r = 10\Gamma_s$ ならば $\epsilon \sim 0.43$ にもなる。二つの球殻の Γ の差が大きいと効率よくエネルギーを転換できる。この衝突によって起こる衝撃波を内部衝撃波と呼ぶ。内部衝撃波が起こる半径を R_i とすると、

$$R_i \sim \frac{v_r v_s \delta t}{v_r - v_s} \sim \frac{2c\delta t}{\Gamma_s^{-2} - \Gamma_r^{-2}} \quad (8)$$

となり、1.2.1 節で見積もった相対論的運動をしている放射体からの放射の時間変動のタイムスケールを用いて (式 3 より) パルスの幅は $R_i/c\Gamma^2$ であるから、質量放出のタイムスケール δt と等しくなる。これにより即時放射の短時間の光度変化 (1) を再現できる。また、内部衝撃波をいくつも起こした放射体は最後にはひとつとなり、星間物質を掃き集めながら進んでいく。一体となった放射体のローレンツ因子を Γ_r 、星間物質のローレンツ因子を $\Gamma_s = 1$ とすると、式 (6) より $\Gamma_m \sim \Gamma_r/2$ となるには、 $m_s \sim m_r/\Gamma_r$ でよい。よって掃き集めた星間物質の質量が放射体の質量の $1/\Gamma_r$ になったところにまた強く衝撃波を起こし、エネルギーを解放し始める。これを外部衝撃波と呼ぶ。そしてその後は減速しながらエネルギーを解放し続ける。長く続く残光 (2) は外部衝撃波起源であると考えられている。

1.2.3 衝撃波近傍の物理と放射スペクトル

次に衝撃波で解放したエネルギーを放射に変換する方法を考える。GRBの衝撃波における密度を内部外部衝撃波モデルにしたがって計算すると、衝撃波の厚み(10^3cm 程度)に比べ非常に粒子の平均自由行程が長く(10^{13}cm 程度)、無衝突衝撃波であると考えられる。地上の衝撃波の場合は密度が高く十分に衝突が起こるので(平均自由行程: $2 \times 10^{-5}\text{cm}$)、解放されたエネルギーは衝撃波下流の粒子の熱エネルギーへ変換されるのみである。しかし宇宙における希薄なプラズマの場合は、粒子の衝突の代わりに電磁気力を介して衝撃波が形成され、粒子のエネルギー分布は熱的なマクスウェル分布からずれて非熱的な、高エネルギー側にべき的にのびる成分が現れる。このような分布が作られる一番の原因は、衝撃波が無衝突系であるために、十分大きなエネルギーを持った粒子(以下加速粒子)は下流から上流へ衝撃波面を横切るような運動が可能になるということである。加速粒子は背景となる熱的分布をしたプラズマ流体の磁場の乱れ(乱流状のアルフェン波)と相互作用し、運動方向を変える。上流と下流は速度差を持って運動しているので、往復するごとに加速粒子のエネルギーは熱エネルギーを大きく越え上昇していく。これは超新星残骸の衝撃波における宇宙線の加速を考えた Blandford and Ostriker[31] の加速メカニズムと本質的に同じであり、無衝突プラズマ衝撃波を扱った PIC(Particle-In-Cell)シミュレーションでも再現されているものである。加速された電子からの放射が GRB であると考えられる理由はいくつかあるが、一番大きなものはスペクトルの形である。粒子が熱的な分布の場合、狭いエネルギー分布を持った放射(プランク関数型)しかでない。しかし前述したようにバンド関数(式(1))として観測された放射スペクトルはエネルギー範囲の広いべき型の分布を持っている。(図3)つまり、無衝突衝撃波で加速された電子からの放射が GRB であろうと考えられる。では放射のメカニズムは何であろうか。電子が衝撃波を往復する際、磁場と相互作用し運動方向を変えることはすでに述べた。この際電子は加速度を受けているので放射が出るはずである。単純に考えると相対論的粒子が磁場と相互作用した場合に電子がする放射はシンクロトロン放射である。これは揃った磁場があった時その中を粒子がジャイロ運動する際に出す放射である。つまり内部衝撃波で粒子加速を起こし、その過程で電子から放射されたシンクロトロン放射が GRB であると解釈できる。

残光は外部衝撃波起源であると考えられているが、外部衝撃波も内部衝撃波と同じように無衝突衝撃波である。違うのは衝撃波を起こす相手が星間物質なので、時間変動はなめらかでジェットの減速にともなってゆっくり減光するということである。シンクロトロン放射の仮定のもとでは、粒子のエネルギーと磁場の強度からスペクトルの形や、典型的な振動数なども一意的に決まる。磁場は後で述べるように衝撃波で運動エネルギーの一部を変換して作られると考えられている。衝撃波の強さと磁場強度で粒子のエネルギーは決まるので加速粒子全体のエネルギーと磁場エネルギーがバルクの運動エネルギーに比例すると考えると、残光のスペクトルやその時間進化を記述できる [29]。そしてそれは観測にもよく合っている(図6)。

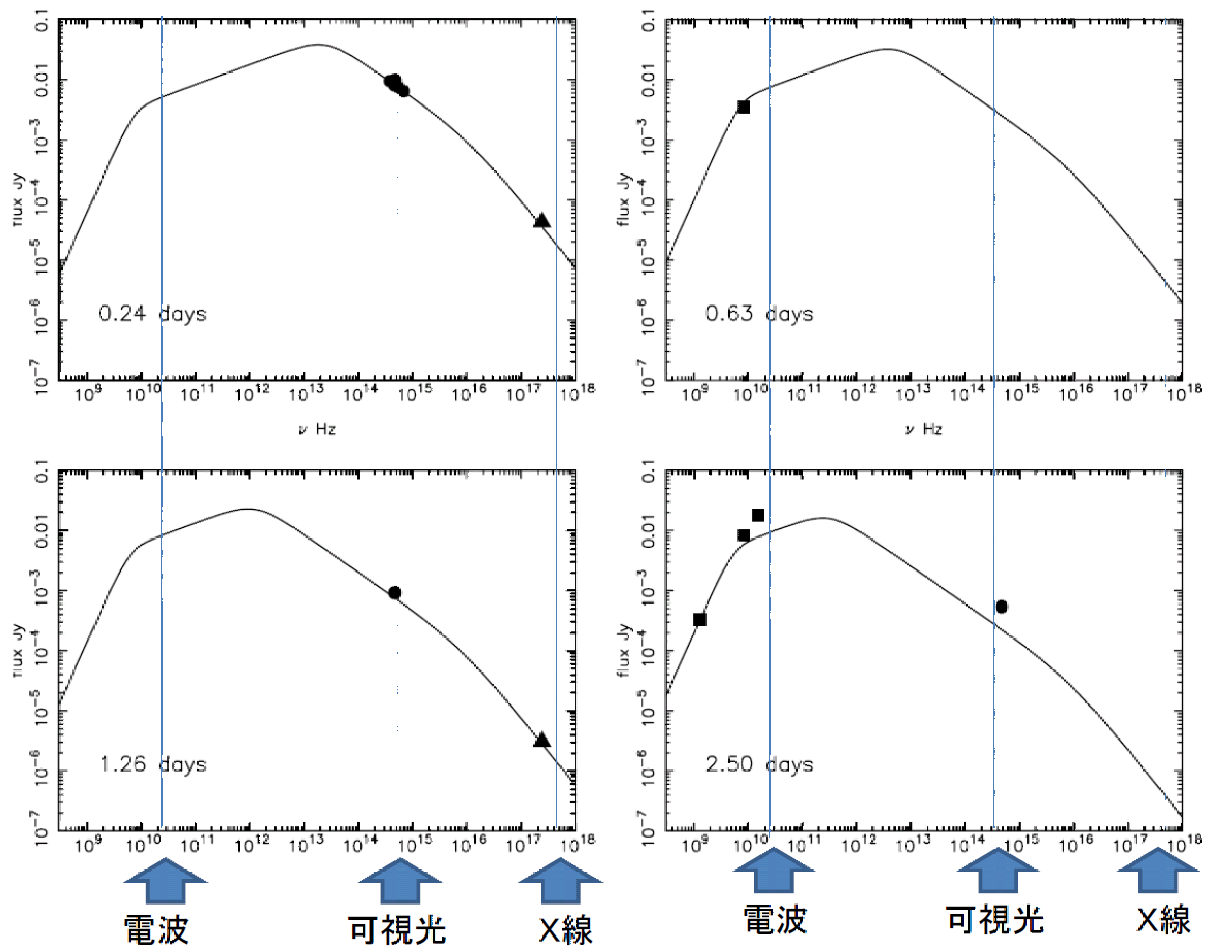


図 6: GRB030329 の残光スペクトルの時間進化 R.Willingale et al.[34] より

1.2.4 標準モデルの問題点

標準モデルは即時放射の短時間光度変化と残光の長時間変化を説明し、コンパクトネス問題も解決する統一的なモデルである。しかし標準モデルで全ての観測結果が説明できるわけではなく、問題はいくつか存在する。そのうち本研究で注目するのは即時放射のスペクトルの問題である。GRBがシンクロトロン放射であると仮定した場合、放射スペクトルがバンド関数のような形を示す時、低エネルギー側のべき指数 α (バンド関数1より) は解析的には $-2/3$ よりソフトな値をとる。それに対し、観測された α は図7、図8のような分布を持つ。このうち $-2/3$ よりハードなGRBはシンクロトロン放射モデルでは再現できないのだ。以下、以上に述べたことを定量的に説明する。最初に注意すべきことはバンド関数は光子数スペクトル N_ω のフィッティング関数であるから、光度スペクトル F_ω に対しべき指数が-1ずれるということである。つまり $F_\omega \propto \omega^2$ の場合 $\alpha = 1$ である。まず電子のエネルギー分布が $n_e(\gamma) \propto \gamma^{-p}$ である場合を考える。この時単位時間単位体積あたりの放射エネルギー P_{tot} は

$$P_{\text{tot}}(\omega) \propto \int P(\omega) n_e d\gamma$$

とかける。ここで n_e は電子の数密度、 $P(\omega)$ は電子一つからの単位時間あたりの放射エネルギーである。 $x \equiv \omega/\omega_c$ と変数変換する。ただし $\omega_c = \gamma^2 eB/m_e c$ とする。これはシンクロトロン放射の典型的振動数である。すると

$$P_{\text{tot}}(\omega) \propto \omega^{-\frac{(p-1)}{2}} \int F(x) x^{\frac{p-3}{2}} dx$$

ここで $F(x)$ は変形ベッセル関数を使って書ける関数であり、この関数の $x \rightarrow 0$ の漸近形から $F_\omega \propto \omega^{1/3}$ が決まる。(シンクロトロン放射についての詳しい議論は [32]、[13] を参照。) よってこの場合 $\alpha = -2/3$ である。高エネルギー側のべき指数 β は電子のエネルギー分布できまり、 $\beta = \omega^{-(p+1)/2}$ となる。冷却時間に対してダイナミカルな進化のタイムスケールが無視できない場合、粒子分布が時間変化することを考えなくてはならない。粒子分布は連続の式

$$\dot{n}(\gamma) + \frac{\partial(\dot{\gamma}n(\gamma))}{\partial\gamma} = \dot{n}_{\text{in}}(\gamma) \quad (9)$$

を用いて求められる。ここで $\dot{n}_{\text{in}}(\gamma)$ は注入項である。まず定常を仮定して粒子密度の時間変化である左辺第1項をおとし、注入項を γ_m 以上で以下のようにべき型で与える。

$$\dot{n}_{\text{in}}(\gamma) \propto \gamma^{-p} \quad \text{for } \gamma \geq \gamma_m \quad (10)$$

放射エネルギーはシンクロトロン放射の場合粒子のローレンツ因子 γ^2 に比例する。つまり高エネルギー粒子ほど早く冷え、そのエネルギーを失う。冷却時間=ダイナミカルなタイムスケールとなるローレンツ因子を γ_c とすると $\gamma_m > \gamma_c$ の場合、連続の式(9)より粒子分布の低エネルギー側は $n(\gamma) \propto \gamma^{-2}$ となる。その結果放射スペクトルは2つのブレイクをもつ形となるが、GRBのスペクトルはバンド関数で表されるように一つのブレイクしかない。つまりどちらかのブレイクのまわりをみていると考

え、低エネルギー側は $F_\omega \propto \omega^{1/3}$ または $F_\omega \propto \omega^{-(p-1)/2} = \omega^{-1/2}$ となる。また、 $\gamma_m < \gamma_c$ の場合、粒子分布の低エネルギー側は $n(\gamma) \propto \gamma^{-p}$ のままである。(高エネルギー側は冷却され $n(\gamma) \propto \gamma^{-p-1}$ となる)つまり放射スペクトルの低エネルギー側は $F_\omega \propto \omega^{1/3}$ 、または $F_\omega \propto \omega^{-(p-1)/2}$ となる。ここまでで α の値の候補は $-2/3, -(p+1)/2, -3/2$ である。観測された α (図7、図8)は-1をピークに広がっていて、 $-2/3$ よりもハードなものがある。

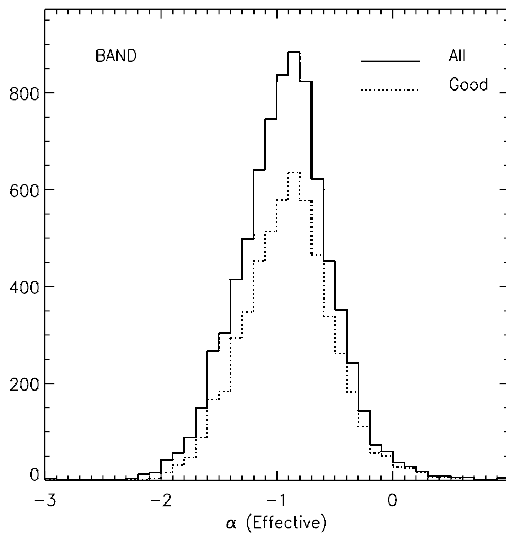


図7: BATSEで観測された α の分布 [38] より

粒子分布のべき指数 p が $\alpha > -2/3$ を達成するような値、つまり $1/3$ より大きければ $-2/3$ よりハードなスペクトルを再現できるかというとはならず、その場合も $\alpha = -2/3$ となる。つまり今

$$n(\gamma) \propto \begin{cases} \gamma^q & \text{for } \gamma < \gamma_a \\ \gamma^p & \text{for } \gamma > \gamma_a \end{cases} \quad (11)$$

のような粒子分布があったとする。この場合でも図9のように γ_a を持った電子からの放射が低振動数領域で支配的になってしまい粒子分布に依存しないので、シンクロトロン放射の仮定のもとでは $\alpha > -2/3$ のスペクトルを作ることはできない。

このことから図(図7、図8)における $\alpha = -2/3$ のラインを”Line of death”と呼び、シンクロトロン放射モデルと観測が明らかに矛盾する重大な問題とされている。解決方法はいくつか提出されている。最近よく言われているのは光球モデルである。これはスタンダードモデルを考える時に無視した光球から逃げる光子が支配的になるモデルで、単純には黒体放射のスペクトルの低エネルギー側は $F_\omega \propto \omega^2$ なのでハードに出来て、さらに多温度の重ね合わせやコンプトン散乱などを考えると異なるべき指数が作れるというものである (Ryde 2004[7]、Ioka et al 2007[18]、Meszaros & Rees 2000[27]) しかし、非常にソフトなもの ($\alpha \sim -2$) との統一的な説明が難しいなど、まだ課題はある。

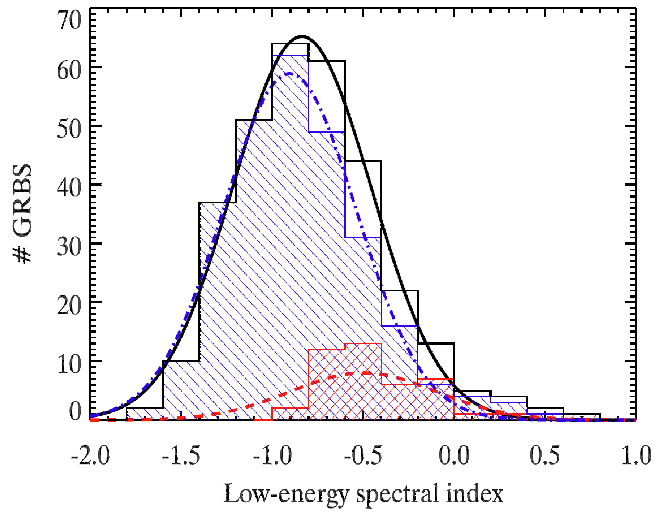


図 8: fermi で観測された の分布青が LGRB で赤が SGRB[20] より

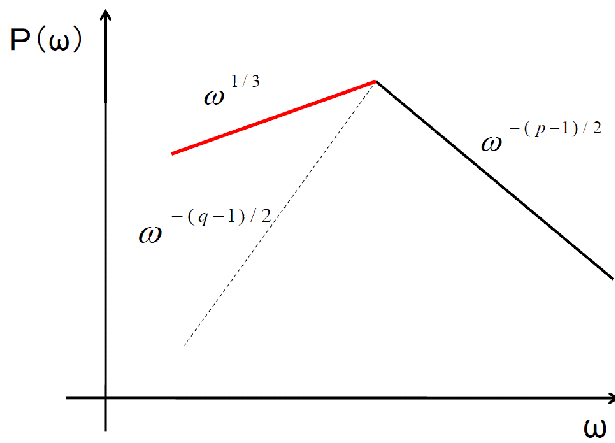


図 9: γ_a の電子の放射が低振動数側で支配的になる

Medvedev らは 1999 年に GRB の内部衝撃波における磁場の生成を調べ [23]、できる磁場のスケールが小さく、ラーモア半径程度であることに着目した。このような磁場のもとでは粒子は、シンクロトロン放射を考える上で仮定されているジャイロ運動をできないと気づき、その場合シンクロトロン放射とは違うスペクトルになるのではないかと考えた。その結果、Medvedev が考えたある特定の状況のもとでは $F_\omega \propto \omega^1$ のようなハードなものを再現することに成功した。しかし現在、付録 E で示すように $F_\omega \propto \omega^1$ のスペクトルを出すような状況は特別な状況で、GRB では起こすことは難しいと考えられている。次の節で GRB の内部衝撃波における磁場がどのようなものか考える。

1.3 GRB の磁場再考

GRB の標準モデルでは火の玉が断熱膨張により広がり、 $\Gamma > 100$ まで加速した球殻同士の衝突による内部衝撃波から放射が行われると考えている。GRB の初期磁場(本研究では GRB の起源については特に指定していないが、観測的に一部の GRB は超新星爆発と関係があることがわかっている。その場合、親星の磁場が初期磁場となる。)起源の磁場は、内部衝撃波の半径まで広がると断熱膨張で非常に弱くなる。トロイダル磁場は $B \propto R^{-1}$ であるから、(R は半径である)内部衝撃波の半径(中心領域サイズの 10^7 倍程度)では初期の磁場の 10^{-7} 倍程度になっている。また、GRB 内部衝撃波は粒子加速を起こすような無衝突衝撃波であったが、このような系では粒子の分布関数が衝撃波面近傍では不安定な形となり、様々なプラズマ不安定性が励起され、乱れた電磁場が生成される。初期の磁場がマグネターのよう非常に強くない限り、衝撃波では生成されたこの磁場が支配的になると考えられる。その中で本研究が目にするのはワイベル不安定性である [6]。これは粒子の速度分布の非等方性に起因する不安定の一つで、プラズマ中の磁場の揺らぎによって粒子の軌道が曲げられ、それによって生じた電流によって磁場の揺らぎを増幅することで成長する。分散関係(付録 B 参照)より、最大成長のスケールは電子のスキンドeps程度になる。内部衝撃波を起こす時、粒子は断熱膨張で十分に冷えてしまっているので、衝撃波面系での粒子のローレンツ因子は γ_{cold} はバルクのローレンツ因子 Γ_{int} と同程度と考える。スキンドepsは

$$\lambda_{\text{skin}} \sim \frac{c}{\omega_{\text{pe}} \Gamma_{\text{int}}} \quad (12)$$

と書かれる。

$$\omega_{\text{pe}} = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{\gamma m_e}} \quad (13)$$

ここで ω_{pe} はプラズマ振動数、 n は数密度、 m_e は電子の質量、 e は素電荷である。ちなみに球殻同士の相対運動のローレンツ因子は $\Gamma_{\text{int}} = \Gamma_r \Gamma_s - \sqrt{\Gamma_r^2 - 1} \sqrt{\Gamma_s^2 - 1}$ と書ける。 Γ_r や Γ_s が数百程度あっても Γ_{int} は 5 程度の大きさになる。超相対論的現象である GRB の内部衝撃波が、衝撃波系でみるとローレンツ因子がそこまで大きい現象ではないことは面白い。そしてこれが GRB を理解する上での鍵になるかもしれない。

次に乱れた磁場中で電子が出す放射が、シンクロトロン放射とみなせるかどうか分ける条件が何か考える。最初に考えるのはラーモア半径 r_L と磁場のスケール λ_B を比べることだが、注意すべき点は放射スペクトルの特徴をとらえる場合、上の二つのスケールをそのまま比べてはいけないということである。なぜならば、相対論的運動をしている粒子からの放射の大部分は粒子の運動方向から角度 $1/\gamma$ の円錐内（ビーミングコーン：付録 A 参照）に強く偏っていて、ジャイロ運動する粒子からの放射は探照燈的な描像となるからである（図 10）。これをある方向から受けると光度曲線はパルス状に

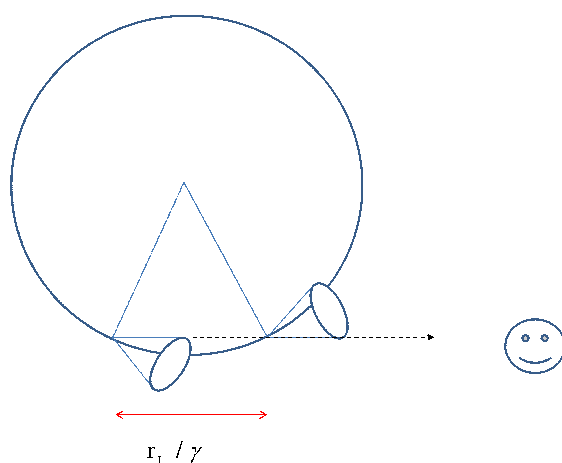


図 10: 電子の放射コーンの概念図

なり、それがシンクロトロン放射スペクトルを特徴付ける。つまり、観測者は粒子の運動全てからの放射ではなく、運動方向が観測者に対し角度 $1/\gamma$ 以内をである時の放射をとらえシンクロトロン放射であるとみなすと考えられる。よって r_L/γ が磁場のスケール λ_B と比べるべき長さとなるので、それらの比をストレンジパラメータ a とし、以下のように定義する。

$$a \equiv \frac{\gamma_{\text{acc}} \lambda_B}{r_L} = \frac{eB\lambda_B}{m_e c^2} \quad (14)$$

$a \gg \gamma_{\text{acc}}$ の時はラーモア半径より磁場のスケールが十分大きいのでシンクロトロン放射と考えてよいだろう。 $a \ll 1$ の場合は図(10)に示したように探照燈が観測者を横切る前に何度も運動方向を変える場合なので、これは明らかにシンクロトロン放射ではない。 $a \ll 1$ の場合を Medvedev がジッター放射と命名し、通りが良いので本研究でもそれにならい $a \ll 1$ の場合はジッター放射と呼んでおく。ここで注目すべきは $1 < a < \gamma$ の領域については、はっきりしたことがここまでの議論では言えないことである確かにシンクロトロン放射の特徴的な振動数は先述したように r_L/γ できまるが、より低振動数はより長い距離走った結果の放射である。(低振動数成分は長周期成分とも読み変えることができる。つまり長い距離電子が運動することで初めて低振動数成分は現れる。) よってこ

の $1 < a < \gamma$ の場合とは、ピーク振動数を出す距離はジャイロ運動近似は使えるが、全体としてはジャイロ運動近似できない、つまり低振動数成分についてはシンクロトロン放射近似はできない状況であると解釈できると言える。ちなみに Medvedev が $a \ll 1$ の場合のこの放射メカニズムを GRB の世界に持ち込んだので "ジッター放射" は有名になったが、この放射メカニズムは Medvedev が初めて発見した訳ではない。例えば Landau-Lifshitz 「場の古典論」[19] にも固有の名前はないが載っている。

また、実験室においては電子をコヒーレントな磁場の中を走らせて、ある振動数に集中した高輝度の放射を出させて利用する "アンジュレーター" や "ウィグラー" が昔から用いられてきた。これらは揃った磁場ではなく、変化する磁場中を運動する電子からの放射であるので、ある意味ジッター放射に似ている。ここでジッター放射とアンジュレータ、ウィグラーの違いをはっきりさせるためにこれらの簡単に仕組みを説明する。

まず観測者方向を x 軸正の向きとし、相対論的な電子が x 軸方向に走っている状況を考える。この時 x 軸に沿って周期的に向きを変える磁場を用意する (磁石を等間隔に S 極と N 極を並べるイメージ)。すると電子は周期的に運動の向きを変え、その運動を反映した放射を出す。この時の放射の特徴は定義の仕方は少し違うが本質的にはストレングスパラメータと同じ、ウィグラーパラメータと呼ばれるもので議論される。ここではストレングスパラメータに読み替えて議論する。 $a \ll 1$ の場合、電子の運動はほぼ直線で運動方向と垂直に周期的にブレるようなものになり、ぶれが $1/\gamma$ より小さい場合は常に放射は観測されつづける。これがアンジュレーターである。特徴的な振動数は磁場の周期のみなので、干渉性重ね合わせとなり、スペクトルは鋭く立ったピークを持つ。付録 C の仮想光子の方法から類推するとすぐ分かるが、ピーク振動数は磁場の向きを変える波長を λ_0 とすると

$$\omega \approx \gamma^2 \frac{2\pi c}{\lambda_0}$$

となる。ウィグラーは逆に $a \gg 1$ の場合を言う。基本的にはこれは探照燈の明滅をみる描像となるのでシンクロトロン放射と同様である。つまり、ウィグラーとアンジュレーターは本研究の対象である、乱れた磁場の理想的条件 (単一モード、可干渉) のもとでの放射ととらえることができる。 $1 < a < \gamma$ の領域については、放射光利用の立場からは扱いにくいだけなので特に研究はされていないようである。

話を戻して GRB の衝撃波領域で a はどのような値をとるのか見積もる。必要な物理量は磁場強度と磁場のスケールである。これを見積もるためにまず別の形で表す。まずバルクの運動エネルギーは初め陽子がほぼ全て持っているが、それが磁場のエネルギーに変換される割合 ε_B を

$$\varepsilon_B = \frac{B^2/8\pi}{\Gamma_{\text{int}} n m_p c^2} \quad (15)$$

とする。次に加速電子のローレンツ因子 γ_{acc} を用いてラーモア半径は

$$r_L = \frac{\gamma_{\text{acc}} m_e c^2}{eB} \quad (16)$$

と表される。ワイベル不安定性の最大成長波長は比例係数 κ を用いて

$$\lambda_B = \kappa \frac{c}{\omega_{pe} \Gamma_{\text{int}}} \quad (17)$$

と書くことができる。これより a は $\varepsilon_B, r_L, \lambda_B$ を用いて表すと、

$$a = \kappa \sqrt{\frac{2\gamma_{\text{cold}}}{\Gamma_{\text{int}}}} \varepsilon_B^{1/2} \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} \quad (18)$$

となる。ここで ε_B と κ は近年盛んに行われている相対論的無衝突衝撃波における磁場の増幅を直接計算した PIC シミュレーションの結果を用いる。いくつかの研究 (Frederiksen et al 2004; Kato 2005; Chang et al 2008; Haugbolle 2010 など) で得られた結果から、典型的な値として $\varepsilon_B \sim 0.1, \kappa \sim 10$ とする。これらと電子と陽子の質量比を式 (18) に代入すると $a = 200$ が得られる。今は暗に陽子から電子へのエネルギー輸送率が 100 パーセントであることを仮定したが、実際にはそんなことはおこりそうにない。また仮にエネルギー輸送率が 0 パーセントとすると式 (18) の $\sqrt{m_p/m_e}$ の項が $\sqrt{m_e/m_e} = 1$ となり、 $a = 5$ が得られる。さらに κ や ε にも揺らぎはある。つまり $a \leq 1$ は十分にありえる。しかしジッター放射の仮定していた $a \ll 1$ は、どの程度を非常に小さいとみなすかにもよるが、実現されそうにない。実際に Medvedev のグループが行った PIC シミュレーションでもストレングスパラメータが $O(1)$ である結果が得られている。(図 11)

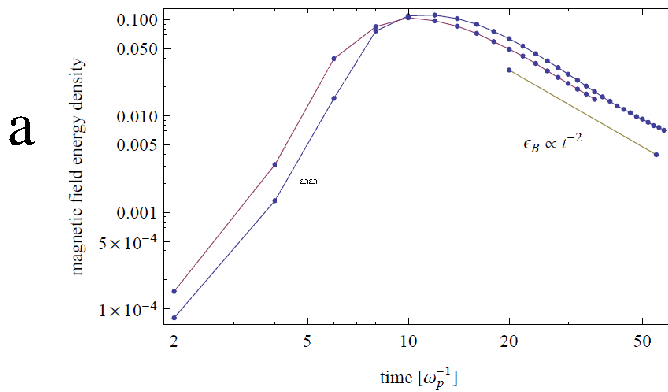


図 11: ストレングスパラメータ a の時間進化。Medvedev et al.2010[24] より。

もしジッター放射の前提である $a \ll 1$ の状況が GRB で実現するとしたら、上の見積りより λ_B がもっと小さいか ε がもっと小さい必要があるが、まず λ_B はスキンドepsより非常に小さいというのは物理的にありえない。なぜならプラズマ粒子の相互作用のスケールがスキンドepsそのものなので、それ以下のスケールは作れない。仮に $\kappa = 1$ としてもその他の値をそのままとすると高々 $a = 0.5$ である。次に ε_B が非常に小さいことを考える。何かの作用で磁場増幅が阻害され、PIC シミュレー

シヨンの ε_B の値よりも小さく、 $a \ll 1$ となったとする。あまりに小さいと GRB の光度がかげげないが、ある程度小さい a は実現することはある可能性は否定できない。まとめると実現しそうな a の値は、1 より極端に小さいことはなさそうあり、ある程度大きい値を持つ。しかし加速粒子のローレンツ因子によっては $a < \gamma_{\text{acc}}$ が十分に実現可能である。つまり、 $a \ll 1$ も $a \gg \gamma_{\text{acc}}$ も成り立たない場合の放射の理解が必要となる。

1.4 本研究の目的と先行研究

ストレンジパラメータの大きさについての 2 つの極限 $a \ll 1$ (ジッター放射) と $a \gg \gamma$ (シンクロトロン放射) の場合はすでに多く研究されて確立していると言ってよいだろう。しかし GRB の内部衝撃波の状況で見積もられた a は $O(1)$ 、つまり $1 < a < \gamma$ のレンジに入る可能性が高いが、この場合の研究はほとんどなされていないと言ってよい。唯一 G.D.Fleishman のグループが昔から解析的研究を行っており (cf: Toptygin & Fleishman [11])、統計的に放射スペクトルを計算できると主張しているが、すぐあとで述べるように $1 < a < \gamma$ は彼らの理論の適用範囲外である可能性がある。そこで本研究では第一原理に戻って、近似なしの放射公式を用いて $1 \lesssim a \lesssim \gamma$ の場合を数値的に計算し、異なる a に対するスペクトルの違いを明らかにすることを目的とする。

本編に入る前に先行研究である Fleishman のグループや Medvedev のグループによる乱れた磁場からの放射の研究について軽く触れておく。乱れた電磁場からの放射 (プラズマの集団的振る舞いまでも含む) を先に研究していたのは Fleishman のグループである。その研究は非常に数学的で煩雑なので、数式を用いた説明は付録 D で行うことにする。(それもエッセンスのみである。厳密な取扱いは Toptygin & Fleishman 1987[11] を参照。) 基本的には Fleishman は電子を集団として統計的に取り扱っている。つまり粒子の分布関数の時間変化から放射スペクトルを計算しており、電場やプラズマの集団的なふるまいまでも考慮に入れ、一般的な議論をしている。本研究と関連する磁場の取扱いで注目すべきことは、彼らは磁場を大きいスケールの磁場と小さいスケールの磁場に分けて計算し、スケールが違うものは別々の成分として取り扱っている点である。また、スケールの分かれ目を決める式が ' \gg ' を用いた不等式となっていて (付録 D の式 7)、その長さがあいまいなことにも注目すべきである。 $1 < a < \gamma$ の場合、乱れのスケールはちょうどこの分かれ目とされているスケールに入るので、大きいスケールと小さいスケールは別々の成分ではないし、ここを曖昧にして取り扱った彼らの方法は本質的にこのスケールに対する予言は内挿以上の意味はないと考えられる。つまり Fleishman はスペクトルの形を求める上で重要な点を見落としている可能性がある。

また、GRB の放射の説明に乱れた磁場を持ち込んだのは Medvedev である [25]。こちらはシンプルに一粒子描像で、磁場は $\lambda \ll R/\gamma$ 、つまり $a \ll 1$ となっているものを基本として計算している。唯一 2010 年の論文 [24] で $a > 1$ の場合に、ある振動数以上ではシンクロトロン放射的なスペクトルになるだろうと言及している。また非常にスケールの大きい磁場もある場合も考えているが、これも単にシンクロトロン放射として別に扱って小さいスケールからのジッター放射と重ね合わせとしてい

るだけである。Medvedev のグループの特徴は衝撃波面のできる磁場の方向依存性の非等方性があると主張していることである。仮に非等方性があるとして、粒子の運動方向にのみ依存するような磁場を考えると、スペクトルがデスラインを突破するほど非常にハードになる可能性があることを示した。しかしそのような状況は加速された粒子が放射を行うと考えると、磁場の方向依存性と粒子の運動の方向に関係がなくなるのでかなり難しいだろうと考えられる。これについても、もう少し定量的な議論は付録 E で行った。

先行研究で注目すべき点をまとめると、Medvedev は $a \ll 1$ の仮定のもとでのスペクトルしか計算しておらず、Fleishman は全ての範囲を扱っているように見えるが、十分小さいスケールと十分大きいスケールを分けて考えて計算し内挿することがよいのか自明ではないということである。

2 モデルと定式化

GRB の即時放射を、ファイアボールモデルの内部衝撃波起源とする。そうすると磁場はワイベル不安定のため初期の磁場に対して衝撃波近傍で生成された乱れた磁場が卓越する。それを根拠に本研究では乱れた磁場のみを考え、その中を運動する電子が磁場から力を受けて行う放射を GRB 即時放射であるとする。ここでは乱れた磁場を与え、その中の電子の軌道とそこから出る放射スペクトルを計算する方法について述べる。

2.1 乱れた磁場の再現

衝撃波面近傍でワイベル不安定性によって励起される乱れた磁場を以下のようにモデル化する。基本的には典型的な波長（この場合念頭に置くのはスキンドepsの数倍程度）で磁場が注入されて、それがより小さいスケールにカスケードしていき、スキンドepsかそれ以下になると散逸するという状況を考える。カスケードがこのように小さいスケールでは実際にどのように行われるかは分からない。ここでは簡単のため、散逸が起こるスケールまでコルモゴロフの相似則が成り立つと仮定し、べき型の分布とする。そして非等方性などを考えるとべき指数は様々になるが、今は 3 次元等方、つまり注入された磁場はすぐに周囲と相互作用して特別な方向をなくすと仮定する。つまり磁場のエネルギー密度 $E(k)$ は

$$E(k) \propto k^{-\frac{5}{3}} \quad (1)$$

となるように定式化する。具体的な定式化に当たって Giacalone & Jokipii 1999[14] を参考にした。

磁束密度は次のように定式化する。

$$\vec{B}(\vec{x}) = \sum_{n=1}^N A_n \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{x} + \beta_n)\} \hat{\xi}_n \quad (2)$$

$$\vec{e}_z = \frac{\vec{k}_n}{k_n} \quad (3)$$

ここで、 $A_n, \beta_n, \vec{k}_n, \hat{\xi}_n$ はそれぞれモード n の磁場の大きさ、位相、波数ベクトル、偏光ベクトルである。偏光ベクトルは角度 ψ_n によって

$$\hat{\xi}_n = \cos \psi_n \vec{e}_x + i \sin \psi_n \vec{e}_y \quad (4)$$

と表される。ここで \vec{e}_x, \vec{e}_y は波数ベクトルに直交する単位ベクトルである。このように定式化することによって $\text{div} \vec{B} = 0$ が保証される。波数ベクトルは $0 < \theta_n < \pi, 0 < \phi_n < 2\pi$ の二つの角度を決めることによって決定される。この二つの変数は数値計算する際に乱数をふるが、単位立体角あたりに等しい重みで配分されるように振ることにより、等方的な磁場となる。次に磁場の大きさ A_n は次のように与える。

$$A_n^2 = \sigma^2 G_n \left[\sum_{n=1}^N G_n \right]^{-1} \quad (5)$$

ここで σ は乱れた磁場の強度を与える。つまり全モードを足し合わせると $|\vec{B}|$ は σ 程度になり、アンサンブル平均をとると $B = \sigma$ となる。そして G_n は磁場のスペクトルを与える。

$$G_n = \frac{4\pi k_n^2 \Delta k_n}{1 + (k_n L_c)^{\frac{11}{3}}} \quad (6)$$

ここで L_c は磁場の相関距離である。全ての波数のモードがある時は $k \sim 1/L_c$ が磁場スペクトルのピークになる。これより長い距離を考えた場合、粒子の運動はこのモードでほぼ決まると考えられるので、相関距離と考えて良い。また、分母に現れる指数は $11/3$ だが、相関距離より短いスケール ($k > 1/L_c$) の時はではコルモゴロフスペクトルが再現され、 $B(\vec{k}) \propto k^{-5/3}$ となる。つまり $\nu = 5/3$ である。ワイベル不安定性を考える場合、相関距離は注入される波長と同程度である。本研究では簡単に $L_c = 2\pi/k_{\min}$ と完全に一致するとして計算した。 $k_{\max} = 100k_{\min}$ とし、モードは100個、波数空間での切り分け方は対数的とした。つまり、乱れの波長が幅を持つことになるので、ストレングスパラメータ a を定義しなおす必要がある。とは言っても注入される波長と相関距離が今完全に一致として扱うので話は簡単であり、

$$a \equiv \frac{2\pi e\sigma}{mc^2 k_{\min}} \quad (7)$$

とする。実は Medvedev のグループは波長で a を定義し、Fleishman のグループは相関距離で定義しているが、これを一致するとして扱うことによりどちらとも比較ができる。また、細かい話ではあるが 2π についてはどこにつけるか様々な流派があり、一般的なものはない。本研究では上の定義で議論する。

2.2 運動の記述方法

次に乱れた磁場中に電子を走らせてその運動を解く。初期位置は磁場の相関距離以上はなして置き、初速度は等方に同じローレンツ因子を持たせて発射する。 γ は 5 と 10 の 2 種類を計算した。加速された粒子を計算するのであれば、もっと大きいローレンツ因子を持ったものも計算する必要があると思える。しかし a に対するスペクトルの変化が主な興味であり、 a には粒子の γ は含まれない形なので現象の定性的特徴には関係ないことが予想される。そして振動数分解能を維持するための計算時間は γ^3 に比例して増える。(これはシンクロトロン放射を考えると分かりやすい。基本振動数は $eB/(\gamma mc)$ ピーク振動数は $\gamma^2 eB/mc$ 。つまりピーク振動数を分解するように時間の切り方を細かくしながら、基本振動数領域を計算するような時間計算すると、計算時間は γ^3 に比例する。)あまりに大きいローレンツ因子の計算は計算機資源の面で非現実的でもある。よってここでは 5 と 10 という大きさを採用した。結果の一部を先に言うと、今回の計算結果は物理としては粒子のローレンツ因子によらないものになった。

運動方程式は 2 次のルンゲクッタ法を用いて解いた。ルンゲクッタ法とは常微分方程式の数値的解放の一つで、2 次のルンゲクッタ法は 2 次精度を持つ。具体的には 1 ステップ進む際にその場所の導関数を用いるのではなく、半ステップ先の導関数を用いる。これにより導関数が増えている場合には 1 ステップ間の平均を用いることにより、オイラー法より精度があがる。さらに高次の精度を持つ数値解法もたくさんあるが、基本的には相関距離以上離れた位置に移動するまでの運動が精度よく追えれば放射スペクトルの特徴をとらえるには十分と考え、計算時間の都合も考え 2 次精度とした。

荷電粒子が運動すると、それによってまた電磁場が作られるので本来は場は時間変化するべきものである。しかしここでは背景となっているプラズマが電磁場を作り、その中を加速された電子が走ることによって放射を行うとしている。加速された電子が相関距離程度運動する間に場の時間変化は小さいと仮定し、ここでは放射を行う加速電子から場へのバックリアクションは無視した。そしてそうすると場を時間変化させる必要もないので場は定常とした。こうすることによって場をメッシュに切って時間変化させる場合 (PIC など) と違い、運動 1 ステップごとの電子の場所の磁場を正確に与えることができる。(メッシュに切るとその格子点から外れた位置のものは内挿する必要がある) そうして 1 ステップごとの加速度を計算し、それから第一原理的に近似を何も入れずに放射を計算する。また、逆に放射をすると粒子のエネルギーは減少して、ローレンツファクターは変わるはずであるが、これも冷却時間はダイナミカルタイムより長いと仮定して (自明ではない) 時間変化は無視する。

2.3 放射スペクトルの計算法

制動放射やシンクロトロン放射など、名前がついている放射は一般に、運動の状況を限定することによって適当な近似を与えている。本研究では非常に乱れた運動からの放射を計算するため、近似を用いず放射スペクトルの一番基礎の式に戻って計算を行う。つまり、電子の加速度からリエナード＝ヴィーヘルトポテンシャルを用いて遠方での電磁場を計算して、それをフーリエ変換してスペクト

ルを出すという第一原理的な計算を行う。

実際にスペクトル計算に用いた式を上記の手順で導く。

まずリエナード=ヴィヒェルトポテンシャルを用意する。

$$\Phi(\vec{x}, t) = \left[\frac{e}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})R} \right]_{ret} \quad (8)$$

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = \left[\frac{e\vec{\beta}}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})} \right]_{ret} \quad (9)$$

添字 ret を持つ $[\]$ は $[\]$ の中の量が遅延時間 t' で計算することを意味する。 $(c(t - t') = R(t'))$ ここで $R(t')$ は観測者の位置を原点として、時刻 t' に電子があった位置である。これを電場と磁場に書き換える。

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = e \left[\frac{\vec{n} - \vec{\beta}}{\gamma^2(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3 R^2} \right]_{ret} + \frac{e}{c} \left[\frac{\vec{n} \times \{(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}\}}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3 R} \right]_{ret} \quad (10)$$

$$\vec{B} = \left[\vec{n} \times \vec{E} \right]_{ret} \quad (11)$$

そして単位立体角あたりに放射されるエネルギーは

$$\frac{dP(t)}{d\Omega} = |A(t)|^2 \quad (12)$$

$$A(t) = \left(\frac{c}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left[R\vec{E} \right]_{ret} \quad (13)$$

と書けるので、 $A(t)$ をフーリエ変換すると

$$A(\omega) = \left(\frac{e^2}{8\pi^2 c} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\omega t) \left[\frac{\vec{n} \times \{(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}\}}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^3} \right]_{ret} \quad (14)$$

となる。ただし、観測者は放射体から非常に離れているとして、電場の式の左辺第一行の速度場は落とした。よって単位時間、単位立体角あたりに放射される、単位振動数あたりのエネルギーは

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}]}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^2} \exp\left\{i\omega\left(t' - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}(t')}{c}\right)\right\} \right|^2 \quad (15)$$

となる。この式が本研究で用いた式である。積分範囲が $-\infty$ から ∞ となっているが、数値計算では無限大は扱えないので、有限時間積分する。その際に問題となるのが無限時間積分したものとのずれである。一般に有限時間 $[t_1, t_2]$ 積分する場合、関数 f と g の畳み込みの形になってしまう。つまり

$$F(gf) = F(f) * F(g) \quad (16)$$

である。ここで f は本来フーリエ変換したい関数、 g は

$$g = \begin{cases} 1 & \text{for } t_1 < x < t_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

である。この場合 t_1, t_2 に著しい不連続があるので色々な振動数が混じってしまう。この g の形を換えると、 f のフーリエ変換をよりきれいにすることができる。ここで g を窓関数と呼ぶ。今回用いたのは Hededal(2005)[4] が見つけた窓関数である。

$$W(t) = \exp \left[- \left(k \frac{t - \frac{1}{2}(t_1 + t_2)}{t_2 - t_1} \right)^m \right] \quad (18)$$

ここで $k = 3$ 、 $m = 6$ である。そして積分を行った後にスペクトルの絶対値を再規格化するために A_w^2 を掛ける。

$$A_w = \frac{(t_2 - t_1)}{\int_{t_1}^{t_2} W(t) dt} \quad (19)$$

以上のように乱れた磁場中を運動する電子の運動からの放射スペクトルを計算した。

計算は大阪大学宇宙進化グループのワークステーションを用いて行った。プログラミングの際牛島省氏の [39]、[40] を参考にした。

3 結果

放射スペクトルは γ を固定し、いろいろな a について計算した。 γ は状況によって 5 か 10、または両方を用いた。まず上で定式化した計算でシンクロトロン放射を再現できるかしらべ、その後解析解があるジッター放射 ($a \ll 1$) も計算し、コードの正しさを確認する。そして $1 < a < \gamma$ の領域でスペクトルはどのような挙動を示すか詳しく調べた。最後は $a \gg \gamma$ でシンクロトロン放射に近づくとこまで a を動かした。

3.1 シンクロトロン放射スペクトルの再現

ここでは揃った磁場の中の運動からの放射を解いてシンクロトロン放射を再現できることを確かめる。まず 1 粒子が円運動しているものを円運動の軸に垂直にみる場合である。これは解析解 (Jackson[13] より) が存在する。

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{3\pi c} \left(\frac{\omega r_L}{c}\right)^2 \gamma^{-4} K_{2/3}^2(\xi) \quad (1)$$

$$K_{2/3}^2 = \sqrt{3} \int_0^{\infty} x \sin \frac{3}{2} \xi \left(x + \frac{1}{3} x^3\right) dx \quad (2)$$

$$x = \frac{ct\gamma}{r_L}, \xi = \frac{\omega r_L}{3c} \gamma^{-3} \quad (3)$$

$K(x)_{2/3}$ は $2/3$ 次の変形ベッセル関数である。これを単位時間あたりに規格化して図 (12) に比較した。

今パラメータは $\gamma = 5$ 、基本振動数 $eB/\gamma mc = \omega_g$ が 1 となるように規格化してある。ピーク振動数は γ^3 あたりにきているのが見てとれる。第一原理から計算したスペクトルは解析解 (緑の破線) と違い、振動している。一見違うスペクトルであるように見えるがこれは当然の帰結である。今、磁場強度は一定なので、理想的には基本振動数の高調波のみが見られるはずである。つまり無限時間積分してしまうとデルタ関数がいくつも立つような形になり、連続スペクトルではなくなってしまうのだ。しかし積分時間が有限なのでピークはなまり、その両側に「サイドローブ」と呼ばれる副次的な峰が現れ、つながり振動するような形になる。繰り返し現れるパターンで一番高い峰がこの場合真の高調波である。解析解が振動せずに連続的なのは、高調波と高調波の間も平均化してしまっているからである。では何を持ってこのスペクトルは正しいと判断すべきなのか。それは振動数積分した単位時間あたりの放射エネルギーである。これは相対論的ラーモアの公式と比較した。

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{r_L^2} \beta^2 \gamma^2 \quad (4)$$

そして誤差の範囲内で一致した。次に平均化させたスペクトルと解析解を比較する (図 13)。これもほぼ一致した。平均化の部分で誤差が発生するのと解析解も数値計算で行った分で微妙にずれているが、スペクトルの挙動を見るには十分な一致だろう。

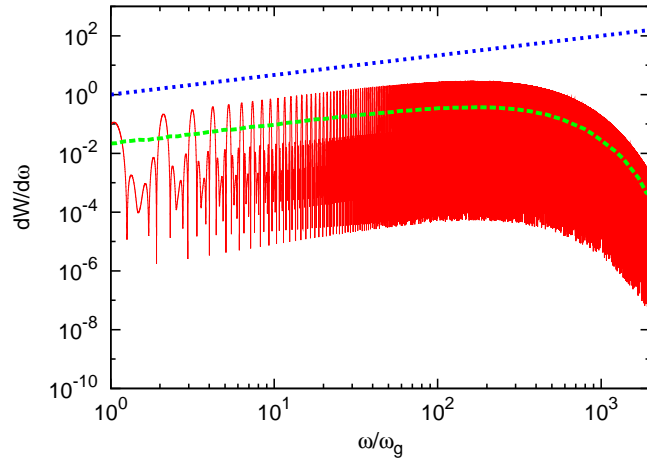


図 12: $\gamma = 5$ 、1 粒子、円運動を真横から見た時のスペクトルの計算結果と理論曲線。青の破線は $\omega^{2/3}$ の線。横軸が $eB/\gamma mc = \omega_g$ を単位とした振動数、縦軸が単位時間単位振動数あたりの放射エネルギー。単位は任意。

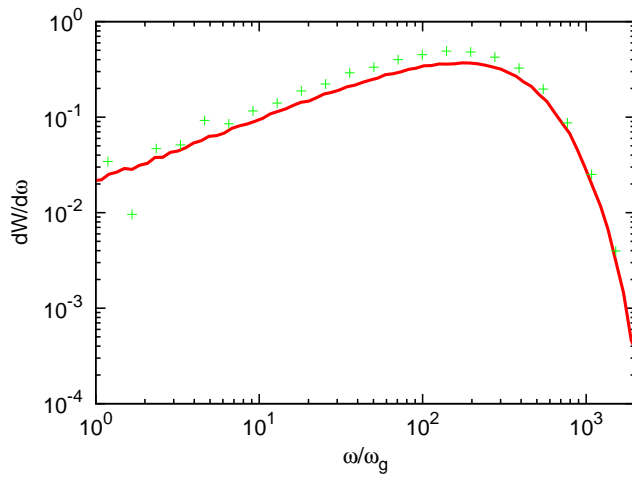


図 13: $\gamma = 5$ 、平均化したスペクトルと解析解の数値積分

次に磁場は揃ったもののままで、粒子を等方的に同じローレンツ因子 γ を持たせて走らせる。これがいわゆる一般的に仮定されているシンクロトロン放射の状況である。これも解析解がある。

$$\frac{dW}{d\omega} = \sqrt{3} \frac{e^2}{c} \gamma \frac{\omega}{\omega_c} \int_0^{\infty} K_{5/3}(x) dx \quad (5)$$

$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^3 \left(\frac{c}{r_L} \right) \quad (6)$$

ここで $K_{5/3}(x)$ は $5/3$ 次の変形ベッセル関数であり、 x は上で用いたものと同じである。 ω_c は臨界振動数と呼ばれ、シンクロトロン放射の典型的振動数である。この振動数は相対論的ビーミングコーンの探照灯を観測者が見えている時間分の 1 に対応する。これも綺麗に $\omega^{1/3}$ に比例して増えて、ピークを過ぎると指数関数的に落ちている様子が見てとれる。緑の破線が解析解で青の破線が見やすいように引いた $\omega^{1/3}$ の線である。この時ローレンツ因子は 10。

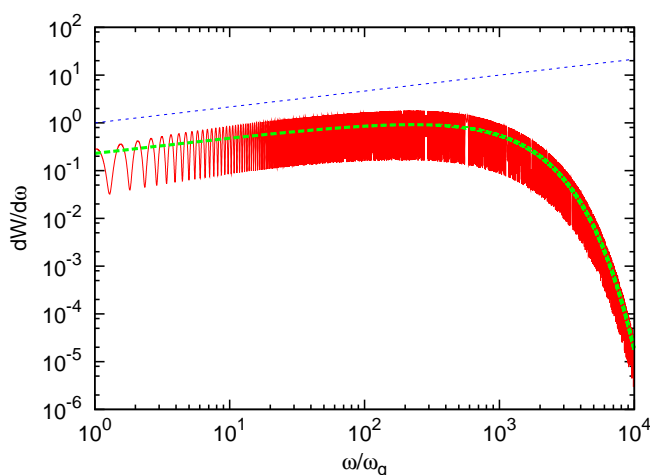


図 14: $\gamma = 10$ 等方分布した粒子からのシンクロトロン放射と理論曲線。青の破線は $\omega^{1/3}$ の線

基本的には合っているが、完全に一致しているわけではない。まずピークが少しなまっているように見える。これは理論曲線と今回の計算で仮定している状況が少し異なることからくる。まず理論曲線を導いた仮定とは、一つの方向に揃った磁場に対し一つのピッチ角から放射が行われるとし、それを色々な方向から観測する（観測角度積分）としていることである。実際には様々なピッチ角を持つものだから（逆に一つのピッチ角のみと言うのは普通に考えてありえない）、ピッチ角積分は当然行われるべきである。そうすると粒子の速度方向が磁場に対して等方とするとピーク振動数 $\omega_{peak} (\propto \sin \theta_p)$ は少しずれる。等方の条件は $\sin \theta_p d\theta_p$ ごとに等しい重みということであり、その平均は $2/3$ 。つまり

理論曲線のピークはピッチ角 90 度の場合の $2/3$ 倍されるべきで、それも単にずれるのではなくなまされてピーク位置があいまいになるべきである。また、今回の放射の計算については逆にピッチ角については全て拾った形になっているが磁場を見込む角度は一定である。つまりピッチ角が 90 度のものが選択的によく見ていることになる。ピッチ角が小さいものはピーク振動数が低く、また光度も低い ($P \propto \sin \theta_p$) ので、ピークにはあまり影響はないが逆に低振動数側で影響を及ぼす。結果として理論曲線よりごく低振動数側で少し下回る。また、基本振動数あたりで少しずれが生じているのは、有限時間積分の効果も入る。無限時間積分すれば基本振動数以下の振動数領域には放射はありえないのだが、今は積分範囲のはじでの不連続を避けるために窓関数を導入している。窓関数は積分範囲の周期をもつとも言える。この効果と、積分時間そのものが短いことにより窓関数で補正しきれていない乱れた部分、それらに基本振動数より低振動成分に少しもっていかれる。物理的にはここはおもしろい部分ではあるが、基本振動数のような低振動数は GRB で観測されるようなピーク付近にはほとんど関係ないのでこの程度で議論は止めておく。

3.2 $a < 1$ の場合

この節から乱れた磁場を導入する。ローレンツ因子は大きいほうがスペクトルの挙動を見るのには放射される振動数レンジが広がり、スペクトルの挙動は見やすくなる。しかし、ローレンツ因子が大きいほど粒子は曲がらず、かつ放射角も小さいので一度視野から外れたものは見える方向に戻って来るのが難しくなる。また a が小さいほど回りにくいのでさらに放射の観測は難しくなる。さらにローレンツ因子が大きくなるほど放射スペクトルのレンジは広がるということはピーク振動数を追うようなタイムステップで基本振動数近くの低振動数を追う長時間の運動を追うのは難しくなる。つまり a が小さく、ローレンツ因子が大きいほど計算はシビアになる。そこで $a < 1$ の場合は $\gamma = 5$ 、 $a \geq 1$ の場合は $\gamma = 10$ で計算した。ただし、 $a = 0.01$ に関しては $\gamma = 10$ で長時間計算して得たスペクトルがあるのでそちらを載せる。ここでは振動数は $e\sigma/\gamma mc = \omega_g$ で規格化してある。

まず、 $\gamma = 5$ で $a \ll 1$ の場合、つまり Medvedev が扱っているストレングスパラメータのレンジである (図 15)、正確には $a = \pi \times 10^{-7}$ の場合である。低振動数側は ω^0 、高振動数側はある振動数 (ω_{br1}) でブレイクがあり、そこから $\omega^{-5/3}$ で落ちていっている。今の場合 $\nu = 5/3$ で (磁場のスペクトルのべき指数) あるから、解析的に摂動論で導いたスペクトルと一致する。(セクション 4 または付録 D 参照) ブレイクについてはセクション 4.2 で定量的な議論を行う。

次に $a = 0.01$ (図 16)。ここまでは $a \ll 1$ として解析的に導いたスペクトルとこの振動数範囲では矛盾が見られない。

次に $a = 0.1$ (図 17) このスペクトルでは低振動数側の分解能が十分でないのであまり強く言えないが (べき指数も十分信頼できる値ではない) これは直線近似が破れることにより発生する。定性的には a が大きくなると、一回の曲がりが大きくなるので長い時間観測者の方向を向きつづけることができない。その結果低振動数成分が小さくなる。定量的な議論より、このブレイクより低い振動数で

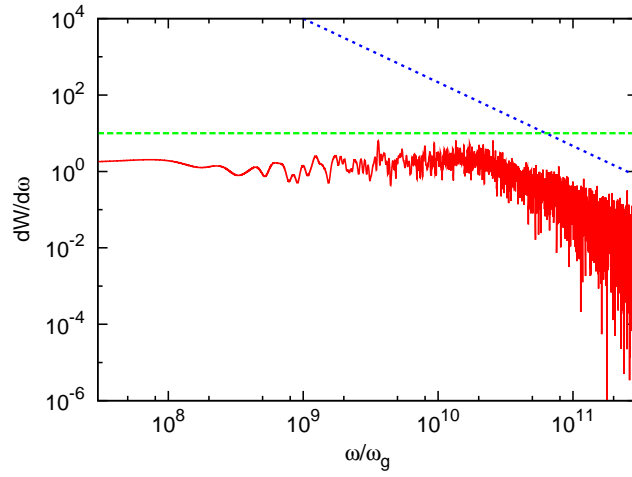


図 15: $\gamma = 5$ 、 $a \ll 1$ の場合のスペクトル、緑の破線が ω^0 、青の破線が $\omega^{-5/3}$

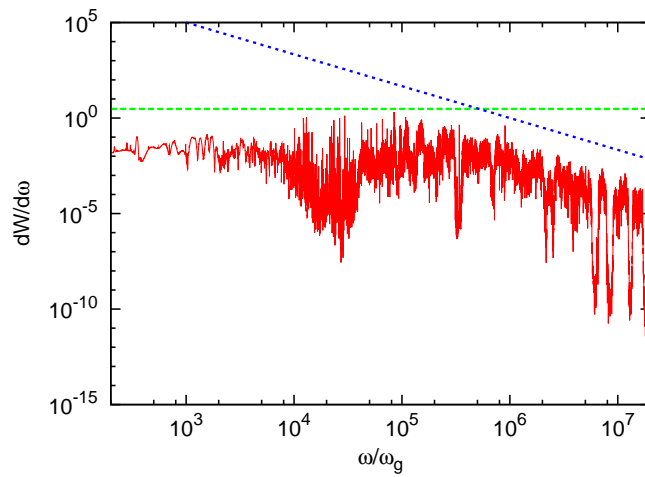


図 16: $\gamma = 10$ 、 $a = 0.01$ のスペクトル。緑の破線が ω^0 、青の破線が $\omega^{-5/3}$

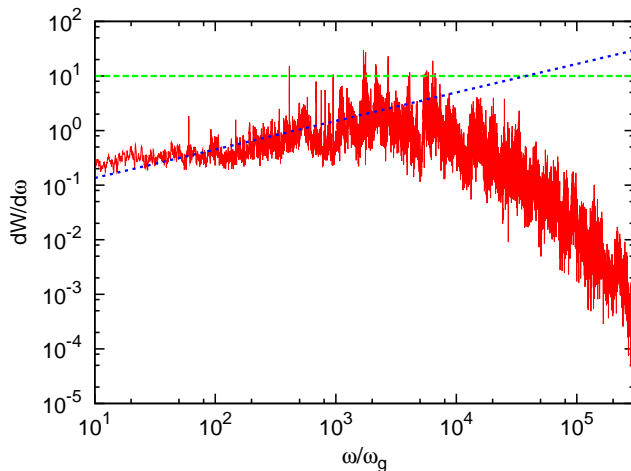


図 17: $\gamma = 5$ 、 $a = 0.1$ のスペクトル。低振動数領域がフラットからずれている。振動数 10-600 でべき関数でフィッティングを行った。べき指数は 0.52

は $\omega^{1/2}$ に比例する。詳しい議論は次のセクションで行う。図 18 は $a = 0.5$ の場合である。これは明らかに低振動数側がフラットではない。フィッティングを行うとある振動数までは $1/2$ 、そこからはフラットのままである。粒子の小角度の曲がり降り積もると、ある程度の距離走ると視野ビーミングからコーンが外れてしまう。この効果によるブレイクである。このブレイク振動数を ω_{br2} と呼ぶことにする。詳しい議論は次のセクションで行う。

3.3 $1 \leq a < \gamma$ の場合

ここまでが解析的に解かれている放射スペクトルの再現である。ここからの $a \geq 1$ の計算は解析的に解いているのは Fleishman のグループのみであり、それとの違いを見ていく。まず $a = 1$ (図 19) $\omega = 2$ から $\omega = 2000$ までのべき指数は 0.52 であり、これは $\omega^{1/2}$ としてよいだろう。つまりこの場合は直線近似の破れのためでくるべき指数がまだ変わらないままである。そして $\propto \omega^0$ のフラットな領域がほぼなくなりつつある。

図 (20) は $a = 3$ である。完全に $\omega_{br1} = \omega_{br2}$ になり、ピークは一つとなる。さらに高振動数側がややソフトになり、ある振動数でハードに外れるブレイクが見える。そこを ω_{br3} とする。これはシンクロトン放射的な特徴 (指数関数的 cut off) が見えてきて、磁場のべきを反映したべき関数がかくされてきていると考えられる。指数関数はどんなべき関数よりも早く落ちるので、高振動数側で再び磁場のべき起源のべき関数が支配的になってもりあがりが見える。このような挙動は Fleishman の

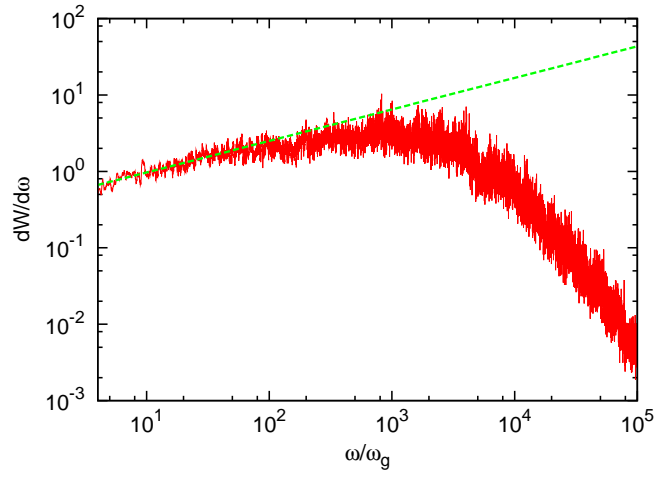


図 18: $\gamma = 10$ 、 $a = 0.5$ 振動数 4-50 でフィッティング べき指数は 0.41

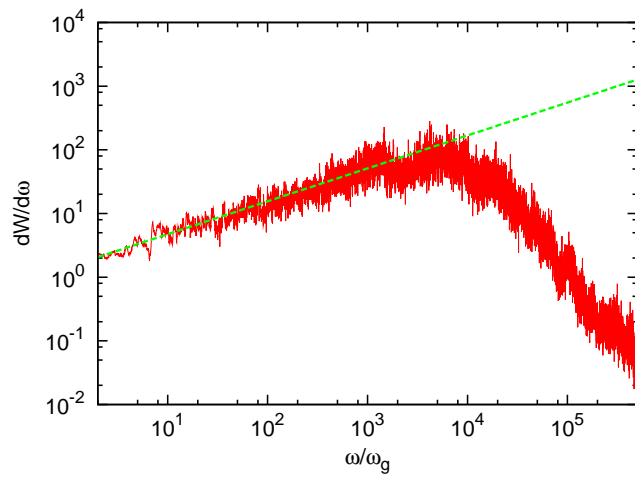


図 19: $\gamma = 10$ 、 $a = 1$ 、2-2000 でフィッティング べき指数は 0.52

研究には見られなかった。明確に違う結果である。

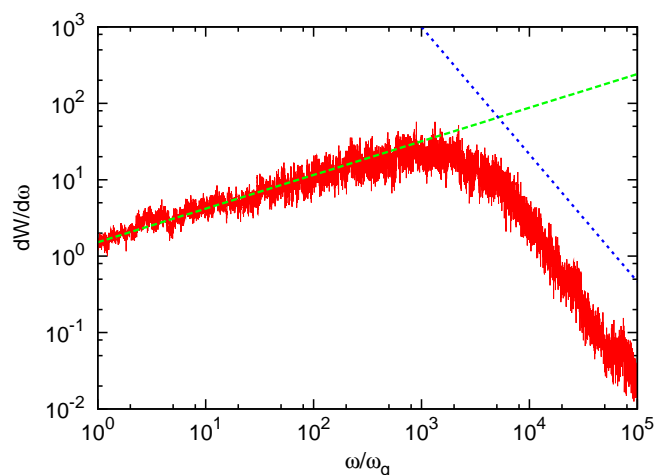


図 20: $\gamma = 10$ 、 $a = 3$ 1-350 でべき指数は 0.44。高振動数側にブレイクが見える

$a = 5$ 、 $a = 7$ は図 21、22。一番低振動数側は $\propto \omega^{1/2}$ のままだが、ピークより少し下の振動数帯はソフトになってきている。実際 fitting してみても低振動数側と高振動数側のべき指数は違う。このブレイクを ω_{br4} と呼ぶ。また、ピークより上の指数関数的な部分が次第に明らかになってきている。

3.4 $a \geq \gamma$ の場合

図 23 は $a = 10$ の場合。 a がこの程度になるとシンクロトロンの特徴がかなり顕著になっている。ちなみに電子のローレンツ因子は 10 なのでこの場合がちょうどラーモア半径と磁場の乱れの特徴的波長が等しい場合である。やはり極低振動数帯と極高振動数帯に磁場の乱れの影響は見られる。

$a = 50$ (図 24) ここまで a を大きくすると、ほぼ磁場が乱れているとはみなさない場合とほぼ同じになる。緑の点線は最初に等方スペクトルのところで用いた理論曲線である。理論曲線に対してのずれは以下のように説明できる。理論曲線は一つの強度の磁場のみで計算したものであるのに対し、乱れた磁場の場合は強度のアンサンブル平均はあるものの場所によってばらつきがある。それによってピークはぼやけ、一部平均を上回った場所からの放射によって高振動数側に少しだけ超過が見られるはずである。また、低振動数側の放射は長い距離電子が走った結果の放射なので、アンサンブル平均をとったものに近くなって理論曲線とのずれは少なくなるはず。基本振動数近くに関しては揃った磁場からの放射でも少し理論曲線とのずれがあったので同じことである。

最後に $a = 100$ (図 ref100) $a = 100$ まであげても $a = 50$ と変化は見られずシンクロトロン放射ス

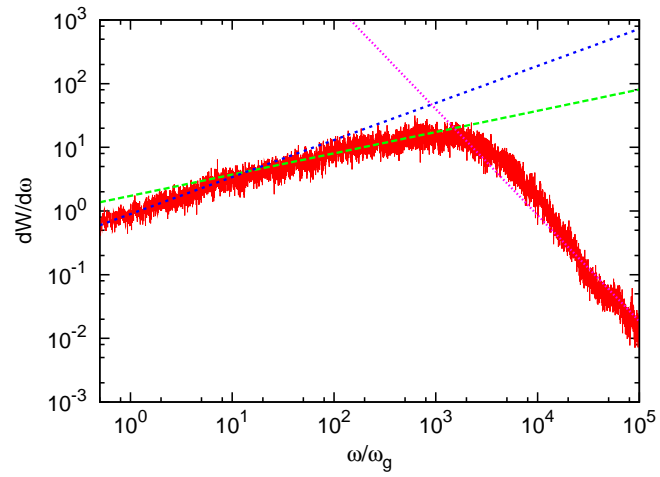


図 21: $\gamma = 10$ 、 $a = 5$ 、低振動数にきれいなブレイクが見える。0.5-10 でべき指数は 0.58、10-1000 でべき指数は 0.33、高振動数側のブレイクより先は $-5/3$ のべき指数で合う。

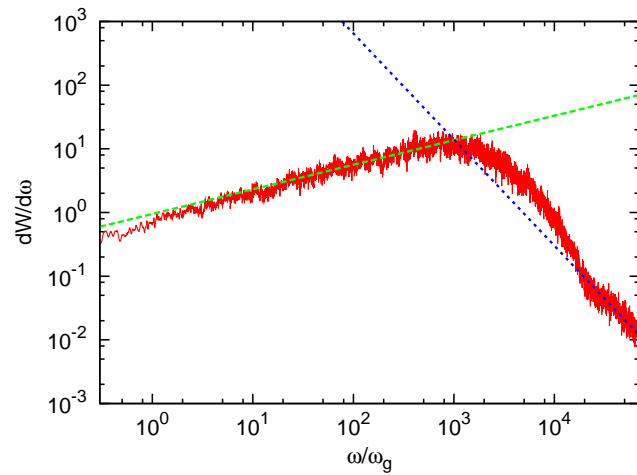


図 22: $\gamma = 10$ 、 $a = 7$ 、低振動数側はこの振動数範囲ではほとんど一つのべき関数になった。5-1000 でべき指数 0.37

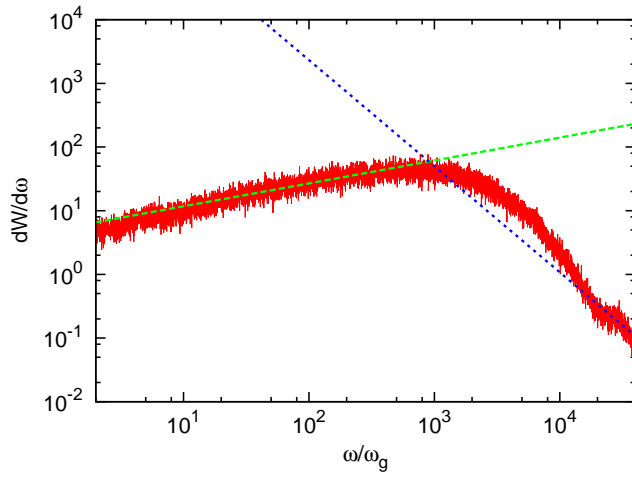


図 23: $\gamma = 10$ 、 $a = 10$ 低振動数側は 2-1000 でべき指数は 0.36、高振動数側はだいぶシンクロトロンのなカットオフが先までのびてきた。

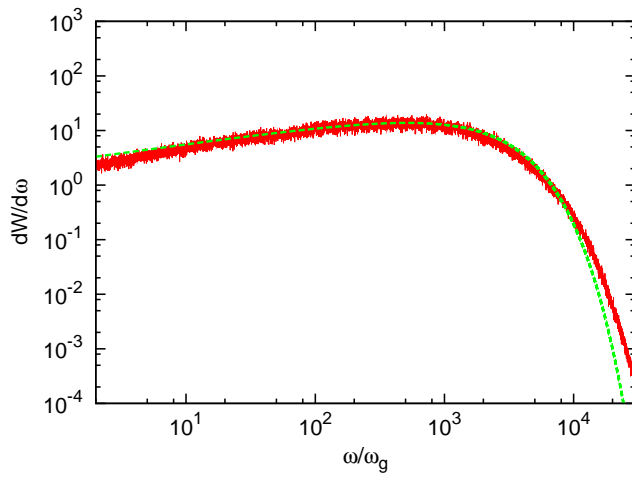


図 24: $\gamma = 10$ 、 $a = 50$ 、シンクロトロン放射の解析解とフィッティング

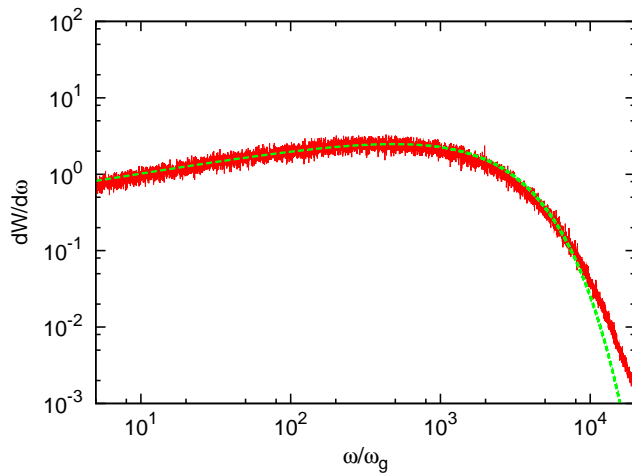


図 25: $\gamma = 10$ 、 $a = 100$ 、同様に理論曲線でフィッティング

ペクトルとほぼ一致している。 a がこれ以上大きいものは計算しても同じであろう。

3.5 結果のまとめ

a の違いにそってスペクトルの変化をまとめる。まずジッター放射 $a \ll 1$ の場合 (図 26) これは解析的に解かれたスペクトルをよく再現している。 ω_{br1} までは振動数によらない形で、 ω_{br1} を越えると磁場のパワースペクトルのべき指数 $-\nu$ と同じべき指数で落ちていく。

次に $a \sim 1$ に近づいてくると、低振動数側から ω_{br2} が現れる (図 27)。

そして $a \sim 3$ 程度までなると $F_\omega \propto \omega^0$ の領域は完全に消える。(図 28)

そしてさらに a を大きくすると高振動数側にシンクロトロン放射のスペクトルで見られるような指数関数的カットオフが見えてくる。 $a \sim 10$ では指数関数的な形は顕著になるが、さらに高振動数にべき型のスペクトルが現れる (図 29)。

そして $a \sim 50$ となるとほぼシンクロトロン放射的なスペクトルとなる。(図 30) この時点で磁場の乱れの最大波長はラーモア半径の 5 倍でしかない。このように a の変化に対してスペクトルは敏感に反応して形を変える。次のセクションではこの振る舞いの原因を物理的に考察する。

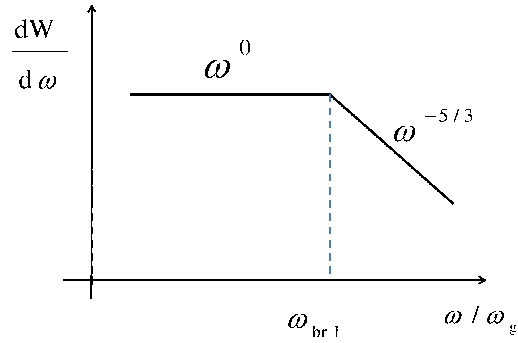


図 26: $a \ll 1$ の場合の典型的スペクトル

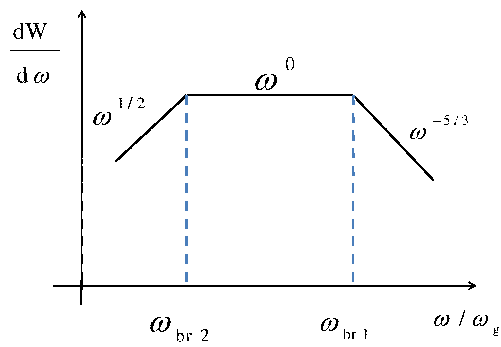


図 27: $a \lesssim 1$ の場合の典型的スペクトル

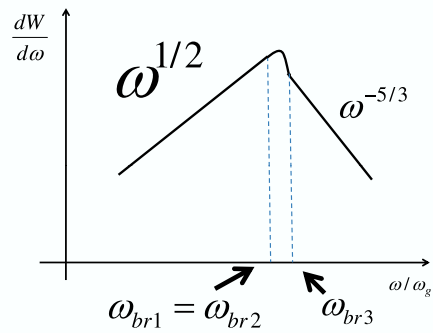


図 28: $a \sim 3$ の場合の典型的スペクトル

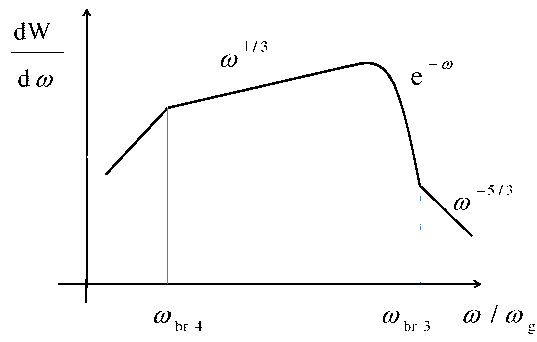


図 29: $a \lesssim \gamma$ の場合の典型的スペクトル

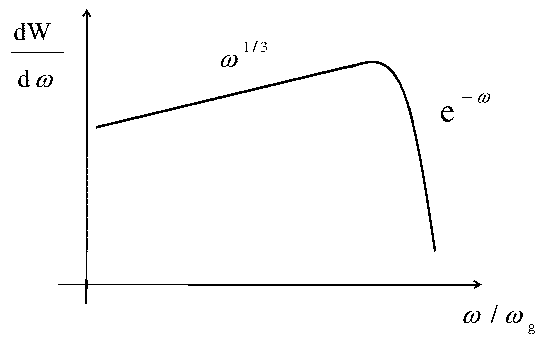


図 30: $a \gg \gamma$ の典型的スペクトル

4 考察と議論

a を変えて行くとスペクトルは様々な挙動を示した。ここではその物理的原因を考える。

4.1 スペクトル指数

4.1.1 $a \ll 1$ における $F_\omega \propto \omega^0$ について

まず $a \ll 1$ の場合に低振動数領域で $F_\omega \propto \omega^0$ になる理由について考える。先行研究ですでにでていた特徴(付録 D 参照)ではあるが、よりシンプルな理解を試みる。今回のスペクトルを計算した 25 ページの式 (15) に注目する。式を追いやすいようにもう一度書く。

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}]}{(1 - \vec{\beta} \cdot \vec{n})^2} \exp i\omega(t' - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}(t')}{c}) \right|^2 \quad (1)$$

付録 C の仮想光子の方法を見てもわかるように、波数 k_{\min} の磁場の乱れによって $\omega \sim \gamma^2 k_{\min} c$ の放射が出される。そして今回の計算では $2\pi/k_{\min} = L_c$ としているのでこれ以上の長い距離の磁場の相関はない。よってこれ以上の距離を走った結果の放射は相関距離以下の磁場中の放射の単なる重ね合わせとなる。つまり今考えるべきは k_{\min} の磁場の乱れを一つ経験した場合にでる放射スペクトルである。

式 (15) において被積分関数の位相は

$$\omega(t - \vec{n} \cdot \int \vec{\beta}(t') dt')$$

であり、

$$\omega\tau(1 - \vec{n} \cdot \langle \vec{\beta} \rangle) < 1 \quad (2)$$

の場合を考える。ここで相関距離の乱れと '衝突' している時間を $\tau = L_c/v$ とおき $\langle \vec{\beta} \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \vec{\beta}(t) dt$ である。非相対論的な場合、この不等式は

$$\omega\tau < 1 \quad (3)$$

とすることができて $\omega < 1/\tau$ の領域で位相因子は振動せず、磁場の相関がない距離をみるので、運動もまったくのランダムであるから F_ω はその式の形より ω によらない形となることが分かる。また、相対論的な場合はもっと複雑な条件となる。今 $\gamma \gg 1$ 、一回の曲がりの $|\Delta\vec{\beta}|$ が小さい場合、つまり今考えている直線近似が使える場合は近似的に

$$\frac{\omega\tau}{2\gamma^2}(1 + \gamma^2\theta^2) < 1$$

ただしここでの θ は観測者と粒子の運動方向のなす角である。今 $\theta \sim 0$ と考えるとこの条件は

$$\omega \lesssim \gamma^2 k_{\min} c \quad (4)$$

となり、式(4)の条件下では $F_\omega \propto \omega^0$ であることが理解される。先に述べたようにこの放射の重ね合わせなので、低振動数側は振動数によらないスペクトルとなる。

4.1.2 $a < 1$ における $F_\omega \propto \omega^{-\nu}$ について

次に高振動数側を考える。例えば磁場の乱れのモードが一つだった場合、上の議論より $\omega \lesssim \gamma^2 kc$ では $F_\omega \propto \omega^0$ で、 $\omega \gtrsim \gamma^2 kc$ の領域では制動放射の類推でも分かるが、共鳴する波数がなく、かつその波長以下の長さのスケールはないので、 F_ω は指数関数的に 0 に近づく。今、磁場の乱れはカスケードしてより小さいスケール、正確には注入スケールの $1/100$ のスケールまでモードがあるとしている。この、より小さいスケールのモードと電子は共鳴し、それに応じた放射を出す。磁場のパワースペクトルは 23 ページの式 (6) で与えられ、簡略化すると $B^2(k) \propto k^{-\nu}$ と書ける。今 $\nu = 3/5$ である。またここで一つのモードに着目すると、低振動数側では振動数に無関係、高振動数側では指数関数的に落ちる。そしてその低振動数側の強度 $\propto |\dot{\beta}|^2 \propto B^2$ である。放射スペクトルのこの重ね合わせとなり、磁場強度のモード分布は $B^2(k) \propto k^{-\nu}$ 。つまり高振動数側では磁場スペクトルのべき指数と一致する。

4.1.3 $a \sim 1$ における $F_\omega \propto \omega^{1/2}$ について

次に a を大きくしてくと現れる $F_\omega \propto \omega^{1/2}$ のべき指数について考える。これは $|\Delta\vec{\beta}|$ が小さい場合、低振動成分の強度が ω によらないことと、上で少し触れた曲がりかぶりもつめていくとコーンから視線方向がはみ出してしまう効果から理解できる。 $a \sim 1$ で ω_{br1} に近い振動数にこの $F_\omega \propto \omega^{1/2}$ の領域は現れるが、原理的には $a \ll 1$ でもより低振動数を見れば必ず現れる領域である。つまりどんなに曲がりかぶりが小さくてもより大きなスケールで見れば直線ではなくなるということから来ているスペクトルである。ここでは a が小さく、磁場の乱れによる角度散乱を拡散近似で扱う。つまり一度に曲がる角度 θ_0 は十分小さいとして扱う。このことはランダムウォークの平均自由行程に対応する、磁場の乱れの波長 l_0 がラーモア半径に対して十分短いと考えてもよい。今、 $t = 0$ に観測者方向に運動している一つの電子に着目し、 $t = 0$ の時の速度ベクトルとある時間 t における速度ベクトルのなす角を θ とする。角度について拡散近似し、時間 τ で 1 ステップ θ_0 動くと考え、時刻 t に電子が区間 $[\theta, \theta + d\theta]$ に見出される確率は

$$P(\theta, t)d\theta = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{\theta^2}{4Dt}\right)d\theta \quad (5)$$

と表される。この時 $D = \theta_0^2/2\tau$ は拡散係数である。相関距離 (一番長い波長と考えても良い) を l_0 とすると、 $\tau = l_0/c$ となる。またこの距離を走る間は円運動近似が使えたとすると 1 回の曲がりかぶりの角度 θ_0 と l_0 の関係は

$$\frac{\gamma mc^2}{e\sigma} \theta_0 = l_0 \quad (6)$$

となる。また、ピーミングコーンの天頂角は簡単なみつもりでは $\theta_{\text{corn}} = 1/\gamma$ 程度であり (付録 A 参照) これより θ が大きくなると観測者には見えなくなると考えられる。 $\theta = \theta_{\text{corn}} = 1/\gamma$ を用いると式 5 の指数関数の肩は

$$\frac{1/\gamma^2}{4Dt} = \frac{1}{2at} \frac{mc}{e\sigma} \quad (7)$$

と表される。ここから $t \gg mc/ae\sigma$ の場合は式 5 において指数関数部分はほぼ 1 で変わらないと考えてよい。 $F_\omega \propto \omega^{1/2}$ がこのような条件のもとでのスペクトルであることは 4.2.2 節で導かれる。今、同様の初期条件の多数の粒子を考えた場合、見えてつづける電子の数 $\propto t^{-1/2}$ となる。また、速度ベクトルが観測者方向に t が有限の時に観測者方向に入ってきた場合も式 (5) にしたがってある時間で見えなくなる。放射自体は振動数によらない形で出ているので、観測者がどれだけ見えてつづけるかでスペクトルがきまる。よって見えてつづける電子の数 $\propto t^{-1/2}$ はそのままパワーに比例するから、これをスペクトルの形に焼き直すと

$$F_\omega \propto \omega^{1/2}$$

となる。

4.1.4 $a \gtrsim 5$ における $F_\omega \propto \exp(-\omega)$ 、同時に現れる高振動数領域の $F_\omega \propto \omega^{-\nu}$ について

a が 1 より大きくなってくると、 ω_{br1} が曖昧になり、それより高振動数側が ω のべき型の関数から外れてくる。これは $2\pi/k_{\text{min}}$ が r_g/γ よりも大きくなってしまい、一つの曲がりて探照燈が横切ってしまう場合が現れてきたことが原因である。こうなってくるとシンクロトロン放射と同じようにそれより高振動数の、つまり短時間周期はなくなり、指数関数的にフラックスが落ちていってしまう。しかし $a \sim o(1)$ の間はピーク振動数と乱れの波長域が同程度であり、乱れた磁場のモードは今最大波長の $1/100$ の長さまで考えている。指数関数はどんなべき則よりも早く小さくなるので、この程度の a の場合はより高振動数域で再び乱れた磁場の影響が勝ち、 $F_\omega \propto \omega^{-\nu}$ が現れる。どこまで小さいスケールまで磁場のモードがあるか、磁場のパワースペクトルのべき指数の二つの兼ね合いでこの高振動数のべき型のスペクトルが現れるかどうか決まる。注入スケールがすでにプラズマスキンドeps程度のスケールと考えているから、この $1/1000$ などの極端に小さいスケールの磁場を考えるのは物理的ではない。よってこの程度の盛り上がりが見えるぐらいが妥当だろう。

Fleishman は $a \gg 1$ の状況 (cf:Fleishman2010[10] で $a = 100, \gamma = 3000$) でもべき型のスペクトルであると言及しているが、本研究の結果を用いると少なくともピーク付近はシンクロトロン放射の特徴が出るはずなので、明確に異なる。これは Fleishman が乱れた磁場を扱う際に大きいスケールの磁場と小さいスケールの磁場にわけて放射をそれぞれ計算する形をとっていて、その境界の波長がいまい (51 の式 7) なことが原因と思われる。つまり $1 < a < \gamma$ はまさにこの領域の放射が支配的になるので、ここをきちんと扱う必要がある。本研究はそのような近似なしにダイレクトに計算を行ったので、このローレンツ因子の範囲 ($\gamma \leq 10$) では正しい。Fleishman の用いているローレンツ因子

($\gamma = 3000$) は再現していないので絶対ではないが、以上の物理的考察により $a \gtrsim O(10)$ ではピーク付近にシンクロトン放射の特徴が出るはずである。

4.2 ブレイク振動数

ここではスペクトルが折れ曲がる振動数の見積りを解析的に出していく。

4.2.1 $a \ll 1$ における ω_{br1}

$\omega^{-\nu}$ のところの説明でほぼ尽きているが、もう一度軽く触れる。仮想光子の方法 (Appendix) より k_1 の波数の乱れの中を γ_1 の電子が走ると、振動数 $\omega \sim \gamma_1^2 k_1 c$ の放射がでる。磁場のスペクトルは 23 ページの式 (6) と $k_{\text{min}} = 2\pi/k_{\text{min}}$ であることを考え合わせると、 $B(k)$ は $k \sim k_{\text{min}}$ でピークをとり、より大きい波数のモードはより小さい大きさしかもたない。よって $\omega < \gamma^2 k_{\text{min}} c$ では $F_\omega \propto \omega^0$ となり、 $\omega > \gamma^2 k_{\text{min}} c$ では $F_\omega \propto \omega^{-5/3}$ で落ちていく。つまり $\omega \sim \gamma^2 k_{\text{min}} c$ にブレイクが現れる。シンクロトンの典型的振動数 (ピーク) は $\omega_{\text{synch}} \sim \gamma^2 e\sigma/mc^2$ であるから、上の見積りからオーダー 1 の量を無視してやれば

$$\omega_{\text{br1}} \sim \gamma^2 k_{\text{min}} c \sim a^{-1} \omega_{\text{synch}} \quad (8)$$

4.2.2 $a \sim 1$ における ω_{br2}

ω_{br2} は上でも少し触れたが直線近似が破れることによりできるブレイクである (図 31)、そして ω_{br2} より低振動数側は $F_\omega \propto \omega^{1/2}$ となる (図 27) 放射の coherence length (出す放射の振動数に対応した粒子が走った距離) を $L_{\text{rad}} \equiv \gamma^2 \frac{2\pi}{\omega} c$ とし、N 回曲がる時の角度を θ_{rad} とする。($N = \frac{L_{\text{rad}}}{l_0}$)

この時拡散近似を用いると

$$\theta_c^2 = \theta_0^2 N = \left(\frac{e\sigma}{mc}\right)^2 \frac{2\pi l_0}{\omega c} \quad (9)$$

と表される。N 回曲がった時に観測者がビームング角から外れるとする。そうすると、その粒子からそれ以降に観測される放射は非常に弱いものとなる。

$$\theta_{\text{rad}} = \frac{1}{\gamma} \quad (10)$$

これらから N 回曲がる間に走った距離に対応する振動数がわかる。

$$\omega_{\text{br2}} = \gamma^2 \left(\frac{e\sigma}{mc}\right)^2 \frac{2\pi l_0}{c} = 4\pi^2 \gamma^2 \frac{e^2 \sigma^2}{m^2 c^3 k_{\text{min}}} \quad (11)$$

よって ω_{synch} を用いて

$$\omega_{\text{br2}} \sim a \omega_{\text{synch}} \quad (12)$$

ときれいな結果になる。

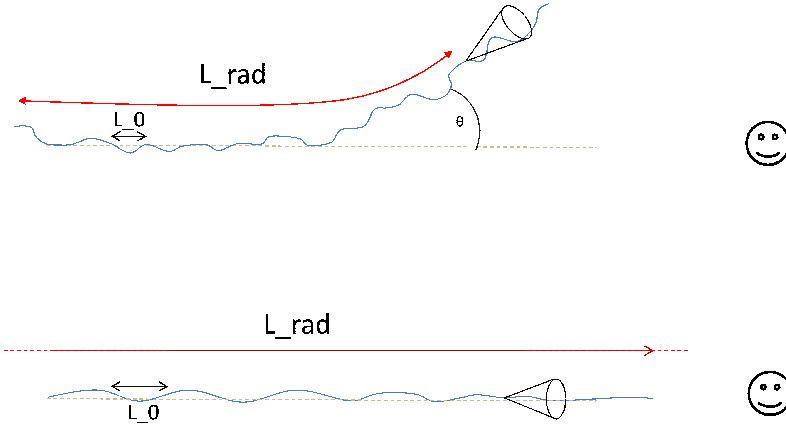


図 31: $a \sim 1$ では角度のランダムウォークで放射コーンが視線方向から外れる (上), $a \ll 1$ のジッター放射で仮定している状況 (下)

4.2.3 $a \gtrsim 5$ における ω_{br3}

これも $F_\omega \propto \exp(-\omega)$ のところで尽きている。指数関数の落ち方がべき関数より激しく、高振動数部分は円運動近似できる領域の内部でもより短い距離から発せられるので、直線近似が悪くなる。この二つの効果でべき関数領域が現れる。そのべき関数が見え始める部分が ω_{br3} であり、その振動数は数式で書くことは可能だが、煩雑になるだけで特に物理的にももしろくはないので意味だけにしておく。

4.2.4 $a > 5$ における ω_{br4}

これは ω_{br2} と逆に $\theta_0 > 1/\gamma$ である状況を考える。この場合シンクロトロン放射の典型的振動数はビーミングコーンが観測者方向を掃く時間で決まっているのでその付近はシンクロトロン放射的である。しかし $a < \gamma$ の場合は見積もったラーモア半径が相関距離より大きいので円運動は描けず、相関距離進むと円軌道を外れる。低振動数領域の放射は長い距離走った結果であるから、ジャイロ軌道から外れるなら当然放射もシンクロトロン近似からずれてくる。(図 32) Jackson (1999[13]) より、シンクロトロン近似の範囲内、つまりジャイロ運動している場合の振動数ごとのビーミングコーン (上のように coherence length を考えるとコーンの広がりも振動数依存するべきなのは明らか) は

$$\theta_{corn} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{3\omega_{synch}}{\omega} \right)^{1/3} \quad (13)$$

$\omega \sim \omega_{synch}$ では $\theta_{corn} \sim 1/\gamma$ であるから典型的振動数の話をする時はビーミング角は $1/\gamma$ でよいことがわかると同時に、 $\omega^{-1/3}$ に比例することがわかる。よって $\theta_0 = \theta_{corn}$ となる振動数以下ではシンク

ロトロン近似はなりたないことが分かる。式 (13) を変形すると

$$\omega_{\text{br}4} = (\gamma\theta_{\text{corn}})^{-3}3\omega_{\text{synch}} \quad (14)$$

と書け、 θ_0 は

$$\frac{\gamma mc^2}{e\sigma}\theta_0 = l_0 \quad (15)$$

の関係を持つので、以上 2 式と $\theta_0 = \theta_{\text{corn}}$ を用いると

$$\omega_{\text{br}4} \sim a^{-3}\omega_{\text{synch}} \quad (16)$$

と見積もられる。

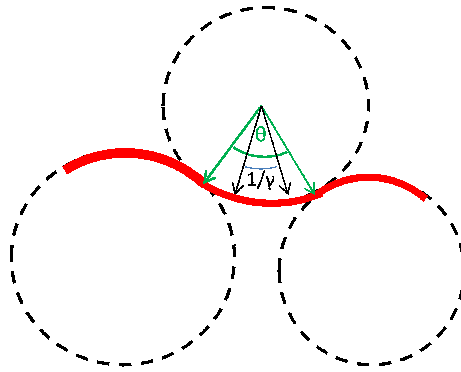


図 32: $a \gtrsim 5$ の場合。ある程度の移動距離で円運動近似できなくなる

4.3 ブレイクのまとめ

ブレイク振動数は $\omega_{\text{br}3}$ を除いて a と ω_{synch} で表された。図 26 から 30 を参照しながら考察する。まず $a \ll 1$ の時はブレイクは $\omega_{\text{br}1}$ があるのみ (図 26)。 $a \lesssim 1$ では $\omega_{\text{br}2} \sim a\omega_{\text{synch}}$ が $\omega_{\text{br}1} = a^{-1}\omega_{\text{synch}}$ にかなり近くなる (図 27)。 $a \sim 1$ で (本研究では $a = 3$ だった) $\omega_{\text{br}1} = \omega_{\text{br}2}$ となり、ピークが一つのバンド関数的スペクトルになる (図 28)。この程度の a で $\omega_{\text{br}4} = a^{-3}\omega_{\text{synch}}$ も現れ、もう少し大きくすると明らかに見えてくる (図 29)。そして a をさらに大きくすると $\omega_{\text{br}4}$ は低振動数側に移って行き、 $a \sim \gamma$ でシンクロトロン基本振動数となる $a^{-3}\omega_{\text{synch}} = \frac{e\sigma}{\gamma mc}$ (図 30)。このようにきれいなストーリーが描ける。

5 全体のまとめと今後の課題

5.1 まとめと結論

乱れた磁場中の放射スペクトルを運動する相対論的粒子からの放射スペクトルを近似を用いず、数値的に計算した。放射スペクトルは磁場のストレングスパラメータ $a = 2\pi e\sigma/m_e c^2 k_{\min}$ で特徴付けられる。 $a \ll 1$ や $a \gg \gamma$ はすでに解析的に放射スペクトルが計算されているが、 $1 < a < \gamma$ については明らかになっていなかった。そして a は GRB の内部衝撃波近傍では 1 に近いがそれよりも少し大きいことが PIC シミュレーションや解析で示されている。つまり $1 < a < \gamma$ は GRB 内部衝撃波では十分にありうることになるので、その範囲を重点的に計算した。

結果として $a \ll 1$ では $\frac{dW}{d\omega} \propto \omega^0$ だったスペクトルの低振動数側が $a \geq 1$ となると $\propto \omega^{1/2}$ とハードになった。これは従来のデスラインを越えるハードなスペクトル指数であり、GRB のスペクトルの一部が自然に説明できるという重要な結果である。さらに a を大きくしていくと $a \geq 5$ でシンクロトロン放射の特徴がピーク振動数付近から見えてきて、 $a \lesssim \gamma$ 程度でシンクロトロン放射とジッター放射の特徴が混ざったようなスペクトルになる。そして $a \sim O(1) \times \gamma$ でほぼシンクロトロン放射のスペクトルになる。以上のように全ての a の値についてスペクトルの形が明らかになった。また、このスペクトルのべき指数や、ブレイク振動数についても物理的理解が得られた。

結論：GRB の磁場の状況として PIC シミュレーションで予言される $a \lesssim 5$ の乱れた磁場からの放射は、シンクロトロン放射よりハードなスペクトルであることがわかった。また $a \lesssim \gamma$ の状況における放射が、従来 Fleishman が主張していたような broken-power-law のスペクトルではなく、シンクロトロン放射の特徴と乱れた磁場の影響がともに出た形になることがわかった。

5.2 今後の課題

シンクロトロンデスラインは突破されたが、GRB の放射スペクトルの問題はこれで解決ではない。図 (7),(8) をみると $\alpha > -1/2$ 、つまり $\frac{dW}{d\omega}$ に直すと +1 されて $\omega^{1/2}$ よりもハードな GRB が明らかに存在する。つまり本研究の範囲ではありえないはずのべき指数である。つまり本研究が拾えていない効果があるはずで、それは電場かもしれない。内部衝撃波における背景プラズマのローレンツ因子は衝撃波面固有系では $O(1)$ であった。この場合今回無視した他のプラズマ不安定性も無視できない。例えば乱れた電場をつくるブーネマン不安定性などである。乱れた電場からはよりハードな放射ができる可能性が指摘されている。[9] また、今回は 3 次元に完全に等方の乱流を扱ったが、それもあくまで仮定にすぎない。Medvedev のような電子の運動方向と磁場の相関関数が関係を持つような非等方性は衝撃波での粒子加速を考え、その電子が光ると考える場合はありえない。しかし磁場自体は非等方であることは十分に考えられる。また、そうすると磁場のパワースペクトルに仮定したコロモゴロフの 3 次元等方乱流のべき指数も根拠を失う。これも当然違っていても問題はない。このように GRB 内部衝撃波の状況をより現実的にとらえることによって、観測を説明できる可能性は十分あ

る。今後は場の多様性を取り入れた計算を行っていくつもりである。

また本研究の GRB の残光や他の天体への応用も考えるべきである。無衝突衝撃波は内部衝撃波以外にも様々な天体で見られる。また、衝撃波近傍に限らずとも乱れた磁場は宇宙に普遍的に存在する。しかし本研究のような乱れた磁場の影響を考慮した研究はまだ少ない。例えば活動銀河核や超新星残骸、銀河団磁場など考えるべき領域はたくさんある。GRB でも残光は光度曲線を多波長でみると振る舞いが波長ごとに違う、(例えばブレイクの時刻が異なるなど)つまりスペクトルがシンクロトロン放射とは異なる時間進化することが観測されている。この複雑な挙動に乱れた場の影響など考えてみることも必要かもしれない。

付録 A 相対論的ビーミング

相対論的な放射方向の偏り、いわゆるビーミングは簡単なローレンツ変換から理解することができる。

まず系 K に対し速度 v で x 方向に動いている系 K' を考える。それぞれの系における速度は u をつけるかつけないかで区別する。 K' 系で速さ u' を持った粒子が x 軸に対し角度 θ' を持って運動している。この時 K 系での速度は

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2} \quad (1)$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + vu'_x/c^2)} \quad (2)$$

$$u_z = \frac{u'_z}{\gamma(1 + vu'_x/c^2)} \quad (3)$$

となり、 y 方向、 z 方向は \perp 方向としてまとめられる。その結果

$$\tan \theta = \frac{u_{\perp}}{u_{\parallel}} = \frac{u' \sin \theta'}{\gamma(u' \cos \theta' + v)} \quad (4)$$

とかける。ここまでは普通のローレンツ変換である。ここで粒子を光子であるとして $u' = c$ 、さらに $\theta' = \pi/2$ とすると、

$$\tan \theta = \frac{c}{\gamma v} \quad (5)$$

となる。これは速度 v で運動する電子の固有系を K' 系と考え、そこで等方に放射を行ったと考えた時観測者系 K 系でどのような方向に放射ができるか表したものだ。今 $\gamma \gg 1$ と考えると $v \sim c$ となって

$$\theta \sim \frac{1}{\gamma} \quad (6)$$

となる。つまり固有系で等方に放射した光子の半分は観測者系で $\theta < 1/\gamma$ の円錐内に放射されることになる。今 $\gamma \gg 1$ なのでそれは非常に小さく、つまり電子の運動方向に非常に強く偏って放射されることになる。これを相対論的ビーミングと呼ぶ。

付録B ワイベル不安定性

全てを書くと煩雑になるので、分散関係を導く流れと正確な結果のみ示す。

まず、共動系でのブラソフ方程式を用意

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{B} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (1)$$

この式に摂動を加える

$$f = F(\vec{p}) + \tilde{f} \quad (2)$$

ここで F として非等方分布関数を用いる。これは衝撃波近傍を意識している。衝撃波面法線に対し垂直方向は全て同じ運動量を持っているとし、平行方向はある大きさ $|\hat{p}_{\parallel}|$ 以下に一様に分布しているとする。

$$F(\vec{p}) = F(p_{\perp}^2, p_{\parallel}) = \frac{1}{2\pi p_{\perp}} \delta(p_{\perp} - \hat{p}_{\perp}) \frac{1}{2\hat{p}_{\parallel}} H(\hat{p}_{\parallel}^2 - p_{\parallel}^2) \quad (3)$$

以上から分散関係を導く。

$$1 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} + \frac{\omega_p / \hat{\gamma}}{\omega^2} \left(G(\beta_{\perp}) + \frac{1}{2} \frac{\beta_{\parallel}^2}{(1 - \beta_{\perp}^2)} \left[\frac{c^2 k^2 - \omega^2}{\omega^2 - c^2 k^2 \beta_{\perp}^2} \right] \right) \quad (4)$$

$$\beta_{\parallel} = \frac{p_{\parallel}}{\hat{\gamma} m c}, \beta_{\perp} = \frac{p_{\perp}}{\hat{\gamma} m c}, \hat{\gamma} = \sqrt{1 - \beta_{\parallel}^2 - \beta_{\perp}^2} \quad (5)$$

$$G(\beta_{\perp}) = \frac{1}{\beta_{\perp}} \ln \left[\frac{1 + \beta_{\perp}}{1 - \beta_{\perp}} \right] \quad (6)$$

よって不安定になる波数は以下の範囲とわかる。

$$0 < k^2 < k_{crit}^2 \equiv \left(\frac{\omega_p^2}{\hat{\gamma} c^2} \right) \left[\frac{\beta_{\parallel}^2}{2\beta_{\perp}^2(1 - \beta_{\perp}^2)} - G(\beta_{\perp}) \right] \quad (7)$$

この中でも最大成長率をもつモードが支配的になる。その最大成長率に対応する最大成長波数は

$$k_{max}^2 = \frac{\omega_p^2}{\hat{\gamma} c^2 (1 - \beta_{\perp}^2)} \left[\frac{-\beta_{\parallel}^2}{2(1 - \beta_{\perp}^2)} - G(\beta_{\perp}) + \frac{(1 + \beta_{\perp}^2)\beta_{\parallel}}{\sqrt{2}(1 - \beta_{\perp}^2)^{3/2}} \left(\frac{\beta_{\parallel}^2}{1 - \beta_{\perp}^2} + \frac{1 - 2\beta_{\perp}^2 - \beta_{\perp}^4}{\beta_{\perp}^2} G(\beta_{\perp}) \right)^{1/2} \right] \quad (8)$$

と導かれるが、このままでは複雑すぎてよくわからない。しかし衝撃波近傍の状況を考えると非常にシンプルになる。衝撃波に突入するプラズマは衝撃波静止系でみると $\beta_{\parallel} \gg \beta_{\perp}$ であり、内部衝撃波にいたるまでにプラズマは十分に冷え、固有系における熱運動によるローレンツ因子はほとんど 1 であることを用いると

$$k_{max}^2 \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega_p^2}{c^2} \quad (9)$$

つまりプラズマスキndeプス程度の乱れが卓越することが分かる。

付録 C 仮想光子の方法

磁場の乱れの中を運動し、その加速度で放射を行うというのがいわゆる普通の見方だが、ここでは別の観点でこの現象をとらえることによって典型的振動数をみつめる「仮想光子の方法」を述べる [32]。観測者系で静止した波数 k の磁場の乱れがあるとする。この系でローレンツ因子 $\gamma (\gg 1)$ を持った電子が磁場の乱れに進入するような状況を考える。ここで電子の静止系にローレンツ変換すると、磁場は電場と磁場が垂直で大きさも $|\vec{E}| \simeq |\vec{B}|$ であるパルスが電子に向かってほぼ光速で走っていることになる。これをパルス状の光であると解釈して逆コンプトン散乱すると考える。つまり、まず振動数 kc の光がローレンツ変換すると電子静止系で γkc になって、これをトムソン散乱して正面に跳ね返すとして実験系にローレンツ変換すると、この放射は $\omega \sim \gamma^2 kc$ の振動数を持つことが分かる。このラフな議論では当然ファクターのずれはあるが、この描像で典型的な振動数はとらえられる。

付録 D Fleishman の統計的取扱い Diffusive Synchrotron Radiation (DSR)

まず磁場を 平均 (揃った磁場) + 平均からのずれ (乱れた磁場) にわけて表示

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0(\vec{r}, t) + \vec{B}_{st}(\vec{r}, t) \quad (1)$$

次に 2 点の相関をとる。平均磁場と乱れた磁場は統計的に相関がないことを考慮すると乱れた磁場同士のみが残って

$$\langle B_{st,\alpha}(\vec{r}_1, t) B_{st,\beta}(\vec{r}_2, t) \rangle = K_{\alpha\beta}^{(2)} \quad (2)$$

そしてこれをフーリエ変換すると磁場のパワースペクトル $B(\vec{k})$ が得られる。そして $\int_0^{k_{\max}} B(\vec{k}) d^3k = \langle B_{st}^2 \rangle$ である。

次に統計的に放射を考える。粒子の分布関数 $F(\vec{r}, \vec{p}, t)$ と条件付き確率 $W(\vec{r}, \vec{p}, t; \vec{r}', \vec{p}', \tau)$ を用意する。W の意味は状態 (\vec{r}, \vec{p}, t) から状態 (\vec{r}', \vec{p}', t) に時間 τ だけかかって移る確率である。あるモードの放射のインテンシティは粒子の軌道とそのモードの偏光ベクトルが与えられれば分かる。よって F と W が分かれば放射がわかることになる。

F と W を知るには、今無衝突系を考えているのでブラソフ方程式を用いればよい。ブラソフ方程式とは、運動論的方程式とマクスウェル方程式を連立させた方程式系で、無衝突プラズマを記述する。この場合、荷電粒子の相互作用は個々の衝突はないと近似しているので、運動論的方程式は無衝突ボルツマン方程式になり、外力には電磁場からの力が入る。そして電磁場はプラズマの集団的ふるまいによりマクスウェル方程式から決まる。

無衝突ボルツマン方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{F}_L \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = 0 \quad (3)$$

ここで $F_L = \frac{e}{c}(\vec{v} \times \vec{B})$ はローレンツ力である。分布関数 F は f のアンサンブル平均で与えられる。分布関数を展開すると、

$$f = \langle f \rangle + f^{(1)} + f^{(2)} + \dots \quad (4)$$

$$\langle f \rangle = F, \langle f^{(i)} \rangle = 0 \quad (5)$$

ここで乱れた磁場を波長が大きいものと小さいものに分ける。

$$\vec{B}_{st} = \vec{B}_{stl} + \vec{B}_{sts} \quad (6)$$

ここで、分かれ目となる波長は

$$r_L \gg \lambda \gg r_L/\gamma \quad (7)$$

とする。そして演算子をふたつ定義する。

$$\hat{L} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - e/c(\vec{v} \times (\vec{B}_0 + \vec{B}_{stl})) \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \quad (8)$$

$$\hat{M} = e/c(\vec{v} \times \vec{B}_{sts}) \quad (9)$$

これらを用いて () は

$$\hat{L}F - \hat{M}F + \hat{L}f^{(1)} - \hat{M}f^{(1)} + \hat{L}f^{(2)} - \dots = 0 \quad (10)$$

大きいスケールのもは固定であるとしてこの式の平均をとる。

$$\hat{L}F - \langle \hat{M}f^{(1)} \rangle + \dots = 0 \quad (11)$$

もとの式から平均を引くと

$$\hat{L}f^{(1)} - \hat{M}F + \hat{L}f^{(2)} - \hat{M}f^{(1)} + \langle \hat{M}f^{(1)} \rangle + \dots = 0 \quad (12)$$

一番低次のものを取り出すと

$$\hat{L}f^{(1)} = \hat{M}F \quad (13)$$

となる。この解は

$$f^{(1)}(\vec{r}, \vec{p}, t) = L^{-1} \hat{M}F \quad (14)$$

と書け、この L^{-1} はグリーン関数である。

$$\hat{L} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - e/c(\vec{v} \times (\vec{B}_0 + \vec{B}_{st})) \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \hat{G}(\vec{r}, \vec{p}, t; \vec{r}', \vec{p}', t') = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta(\vec{p} - \vec{p}') \delta(t - t') \quad (15)$$

そして G は場が定常であることを仮定すると W そのものである。そしてこれはグリーン関数の方法から求めることができる。後は二点相関関数を用いて W を表し、放射の式に代入することで放射スペクトルが表される。全てを書いた式は非常に煩雑になるだけで書いてもわかりにくいので割愛する。

$a \ll 1$ の時には摂動的取扱いが可能になり、Fleishman が一般的に導いた式がシンプルになる。(それでも十分複雑だが) Medvedev はこの場合のみを取扱っており、Medvedev の主張するハードなスペクトルができるかどうか考える次の付録でも必要となるので書いておく。

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^4}{m^2 c^3 \gamma^2} \int_{1/2\gamma}^{\infty} d\left(\frac{\omega'}{\omega}\right) \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 \left(1 - \frac{\omega}{\omega' \gamma^2} + \frac{\omega^2}{2\omega' \gamma^4}\right) \int d\vec{k}_B \delta(\vec{k}_B \cdot \omega') C_{\alpha\beta} \langle B_{st}^2 \rangle f(\vec{k}_B) (\delta_{\alpha\beta} - v_\alpha v_\beta / v^2) \quad (16)$$

$$\omega' = \omega \left(1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{v}}{c}\right) \simeq \left(\frac{\omega}{2}\right) \left(\frac{1}{\gamma^2} + \theta^2\right) \quad (17)$$

ここで \vec{n} は粒子から観測者方向への単位ベクトル、 θ は粒子の速度ベクトル \vec{v} と \vec{b} のなす角。 α と β を任意の x, y, z として $C_{\alpha\beta}$ は $div \vec{B} = 0$ を満たすようにとられるテンソル。 $\delta_{\alpha\beta}$ は $\alpha = \beta$ の時 1、それ以外は 0。 $f(\vec{k}_B)$ は磁場のスペクトルである。今、等方磁場を考えると

$$C_{\alpha\beta} f(\vec{k}_B) = \left(\frac{\delta_{\alpha\beta} - k_{B\alpha} k_{B\beta}}{k_B^2}\right) f(|\vec{k}_B|) \quad (18)$$

となり、スペクトルを

$$f(k_B) = \frac{k_B^2}{(k_{Bm} + k_B^2)^{\nu/2+2}} \quad (19)$$

と与える。 $f(k_B)$ は k_{Bm} でピークを持ち、低波数側は k^2 、高波数側は $k^{-\nu}$ に比例する。この形は相関距離が $2\pi/k_{Bm}$ 程度になり、より小さいスケールにカスケードしている磁場を表す。これを k_B について積分すると

$$\int dk_B f(k_B) \delta(\omega' + \vec{k}_B \cdot \vec{v}) = \frac{2\pi}{v} \left\{ \frac{1}{\nu} \left[\left(\frac{\omega'}{v} + k_{Bm}^2 \right)^{-\nu/2} - \frac{k_{Bm}^2}{\nu+2} \left[\left(\frac{\omega'}{v} \right)^2 + k_{Bm}^2 \right]^{-\nu/2-1} \right\} \quad (20)$$

となり、式()において $d(\frac{\omega'}{v})$ について積分すると、放射スペクトルが得られる。

漸近形を考える。今 $\omega \gg \gamma^2 k_{Bm} c$ のような高振動数の場合、式(20)において k_{Bm} の項が無視できる。放射は $\frac{dW}{d\omega} \propto \omega^{-\nu}$ となる。また、 $\omega \ll \gamma^2 k_{Bm} c$ のような低振動数領域では逆に $\frac{\omega'}{v}$ の項が無視できて、 $\frac{dW}{d\omega} \propto \omega^0$ となる。つまり3次元等方磁場の場合は低エネルギー側スペクトルはシンクロトロン放射よりソフトになる。

付録 E Medvedev の仮定した磁場からの 放射スペクトルについての考察

相関関数が不自然な形であるにせよ Medvedev がなぜ $F_\omega \propto \omega^1$ ものハードなスペクトルを作ることができたのか、そして本当にそれを実現できないか議論する。まず、解析的に計算する際はモードの数は無限大で、あらゆるモードの重ね合わせであることを心に止めておく。磁場スペクトルの形は本研究で用いたものとする。三次元で (2次元でも同じ) カップリングした相関がある場合は相関距離より長い波長 (小さい波数) のモードと共鳴しようとしても、その波数の磁場よりもより短い波長 (大きい波数) の磁場の方が強いので、短い波長の磁場に特徴を覆いかくされてしまう。そもそもこの意味で相関距離というのは磁場スペクトルのピークの波数分の 1 のスケールとなっている。Medvedev がとった形の相関はいわば電子の進行方向にのみ磁場の相関があり、それと垂直方向の磁場とは独立としている。この場合相関は長距離でもきれいな形でのこり、磁場スペクトルの低波数側を反映してハードなべきが出ています。つまり、この場合相関距離というのはこの意味では無限大といってよい。これを式で理解する。Medvedev, Fleishman 両者が $a \ll 1$ の場合に用いている 52 ページの式 (16 であるが、Medvedev の場合この中の磁場スペクトルの部分を運動方向と平行方向、垂直方向に分ける。

$$f(\vec{k}_B) = f_1(k_B^\parallel) f_2(\vec{k}_B^\perp) \quad (1)$$

この場合、

$$\int d\vec{k}_B \delta(\omega' + \vec{k}_B \cdot \vec{v}) f(\vec{k}_B) = \frac{1}{v} f_1\left(\frac{\omega'}{v}\right) \int dk_B^\perp f_2(k_B^\perp) \quad (2)$$

となって、低振動数側でも 3次元相関の場合と違い $k_B \ll k_{Bm}$ の領域では $f_1\left(\frac{\omega'}{v}\right) \propto \left(\frac{\omega'}{v}\right)^2$ の分だけ ω' の依存性が残って放射の式に代入して積分すると $\frac{dW}{d\omega} \propto \omega^1$ となる。仮に運動方向に 1次元的にのみ相関があるなら、このように数学的には磁場スペクトルの低波数側のべきしだいでいくらでもハードなものは作れる。

しかし物理的に、ある波数で注入があるような場合は高波数側にのみカスケードは起こるので、低波数には影響を及ぼさない。つまり低波数側で $B^2(k) \propto k^2$ よりもハードなものはそのような状況を考えるかぎりありえない。Medvedev が主張しているように磁場を作る電子が放射を行うとしても $F_\omega \propto \omega^1$ が最大にハードな場合ということが分かる。これが 100% ありえないということとはできないが、加速粒子は必ずあるはずで、それからの放射が支配的なはず。そうでなければ必要な光度を稼げない。また $a \ll 1$ も注入波長がプラズマスキンドepsで決まっているとすると、磁場強度が非常に弱いことに相当する。これも光度が稼ぎにくいセンスになる。やはり GRB においてはこの機構で説明するのは厳しいだろう。元々ある磁場が弱く、かつ励起される磁場も弱いような状況で、かつ加速されるための時間もないくらい初期 (磁場が弱いと加速時間も長い) に見ると、Medvedev の言うような放射スペクトルが見られるかもしれない。

謝辞

本研究は大阪大学理学研究科宇宙地球科学専攻宇宙進化グループのメンバーの様々な助力によって行われた。特に指導教官である高原文郎教授には高原教授の広く深い物理の理解による助言や指摘を数多く頂いた。それに加え高原教授がいつも暴走しがちな私を戒めてくれたおかげで、本研究がうすっぺらなものにならないですんだのだと思う。藤田裕准教授、田越秀行助教にはゼミでの鋭い質問やコメントをいただき本研究の幅を広げて頂いた。釣部通助教にはゼミはもとより、時にはお茶部屋での休み時間まで私の議論に付き合っていていただき、本研究の最後の詰めのヒントを頂いた。同室の金さん、別所さん、周太さん、山口さんには毎日のようになんの前触れもなくふっかけられる私の質問に嫌な顔一つせず付き合ってくれ、非常にありがたかった。特にコンピュータに関して全くの素人だった私の世話は大変だったであろう。また、岡田さんには基礎物理のレベルから色々教わったのに加え、本研究の核心部分である乱れた磁場をコンピュータ上に発生させる手法を教わった。あの部分はほぼ全て岡田さんの力によるものである。同期や後輩のみんなには学部時代の不勉強が人一倍(どころか人三倍?)で物理やコンピュータの常識がない私にあきれず、普段から色々教えてくれた。そして秘書の西井さんには研究生活のサポートをしていただいた。彼らの協力なしには本研究は成し遂げられることはなかったであろう。宇宙進化グループ全員に感謝の意を表して、これを謝辞としたい。

参考文献

- [1] A.S.Fruchter et al. arXiv:astro-ph/9807295v4
- [2] Bing Zhang 2007 Ghin. J .Astron. Astrophysics. Vol. 7 No.1 1-50
- [3] Bohdan Paczynski 1986 ApJ 308 L43
- [4] C.B.Hededal 2005 PhD thesis,Niels Bohr Institute,arXiv:astro-ph/0506559
- [5] D.Band, J.Matteson, & L.Ford 1993 ApJ 413,281
- [6] E.S.Weibel 1959 Physical Review Letters 2 83W
- [7] F.Ryde 2004 ApJ 618, 827
- [8] G.D.Fleishman 2006 ApJ 638, 348
- [9] G.D.Fleishman & I.N.Toptygin 2007 MNRAS 381, 1473
- [10] G.D.Fleishman & F.A.Urtiev 2010 MNRAS 406, 644
- [11] I.N.Toptygin & G.D.Fleishman 1987 Ap&SS 132, 213

- [12] J.T.Fredriksen et al. 2004 ApJ 608, L13
- [13] J.D.Jackson 1999 Classical Electrodynamics (3rd ed.;New York:Wiley)
- [14] J.Giacalone, &J.R.Jokipii 1999 ApJ 520, 204
- [15] J.S.Bloom, S.G.Djorgovski, & R.Kulkarni 1998 ApJ 507, L25
- [16] J.G.Kirk & B.Revile 2010 ApJL 710, L16
- [17] J.L.Racusin et al 2009 ApJ 698, 43
- [18] K.Ioka et al. 2007 ApJ 670 L77
- [19] L.D.Landau & E.M.Lifshitz 1971 The Classical Theory of Fields (Oxford:Pergamon Press)
- [20] L.Nava, G.Ghirlanda, G.Ghisellini, & A Celotti 2010 arXiv:astro-ph/1012.2863v1
- [21] M.S.Briggs et al 1999 ApJ 524, 82
- [22] M.J.Rees,& P.Meszaros 1992 MNRAS 258, 41
- [23] M.V.Medvedev & A.Loeb
- [24] M.V.Medvedev et al. 2010 arXiv:astro-ph/1003.0063v2
- [25] M.V.Medvedev 2000 ApJ 540, 704
- [26] M.R.Metzger et al. 1997 Nature 387 878
- [27] P.Meszaros & M.J.Rees 2000 ApJ 530 292
- [28] P.Chang, A.Spitokovsky, &J.Arons 2008 ApJ 674, 378
- [29] R.sari, T.Piran, & R.Narayan 1998 ApJ 497 L17
- [30] R.W.Klebesadel, I.B.Strong, & R.A.Olson
- [31] R.D.Blandford & J.P.Ostriker 1978 ApJ 221,129
- [32] R.D,Rybiki,& A.D.Lightman 1979 Radiative Processes in Astrophysics (New York: Wiley)
- [33] R.Yamazaki, K.Toma, K.Ioka, & T.Nakamura
- [34] R.Willingale, J.P.Osborne, P.T.O'brien, & K.L.Page 2004 MNRAS 349,31

- [35] T.N.Kato 2005 Physics of Plasmas 12,080705
- [36] T.Haugbolle 2010 arXiv:astro-ph/1007.5082v1
- [37] T.Piran 1999 Physics Reports, 314, 575
- [38] Y.Kaneko et al 2006 ApJS 166, 298
- [39] Open MP による並列プログラミングと数値計算法 丸善株式会社 牛島 省 著
- [40] 数値計算のための Fortran90/95 プログラミング入門 森北出版株式会社 牛島 省 著
- [41] シリーズ現代の天文学 8 ブラックホールと高エネルギー現象 小山 勝二 嶺重 慎 編
- [42] シリーズ現代の天文学 12 シミュレーション天文学 富坂 幸治 花輪知幸 牧野 淳一郎 編