乱れた電磁場中を運動する相対論的電子からの放射

宇宙進化グループ

寺木悠人

指導教員：高原文郎

Refs. [1] Teraki & Takahara, 2013, ApJ, 763, 131
[2] Teraki & Takahara, 2011, ApJ, 735, L44
[3] Teraki & Takahara, 2014, ApJ submitted

乱れた電磁場中を運動する相対論的電子からの放射

宇宙進化グループ

寺木悠人

指導教員：高原文郎

Refs. [1] Teraki & Takahara, 2013, ApJ, 763, 131
[2] Teraki & Takahara, 2011, ApJ, 735, L44
[3] Teraki & Takahara, 2014, ApJ submitted

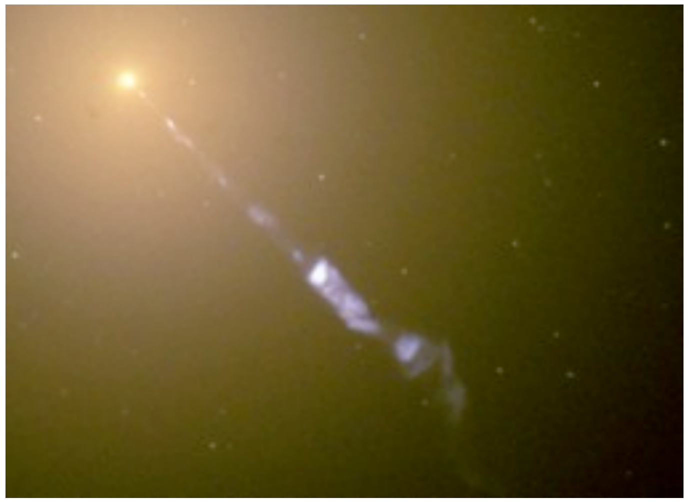
目次

- 導入
- 数値計算と解釈
- 天体への応用
- まとめ

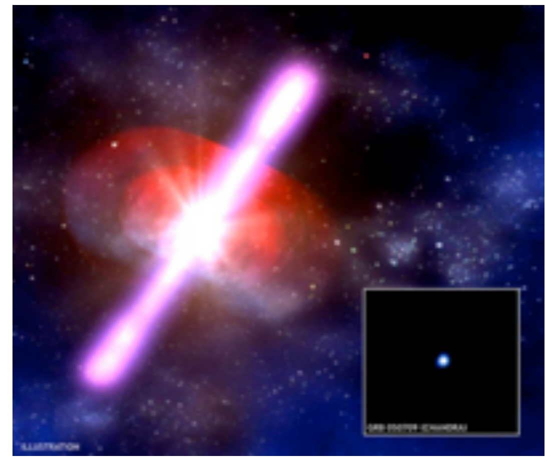
導入

高エネルギー天体

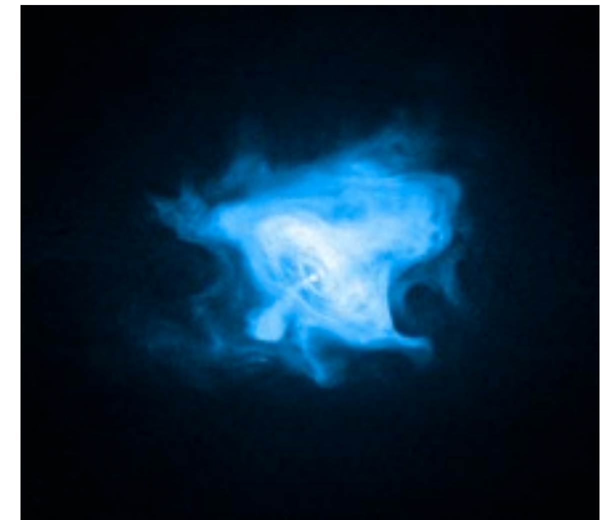
AGN jet M87 (HST)



GRB（NASA想像図）

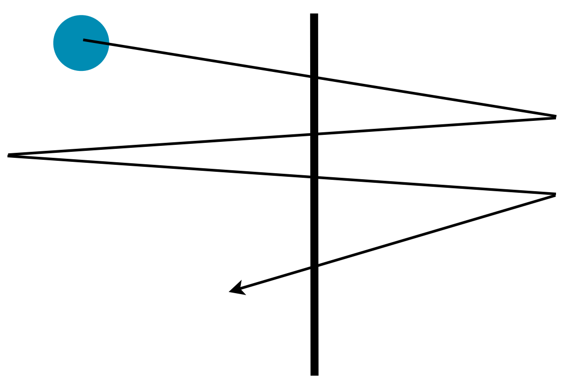


PWNかに星雲 (Chandra)



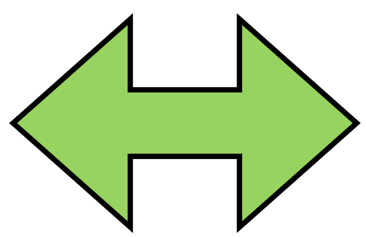
電子

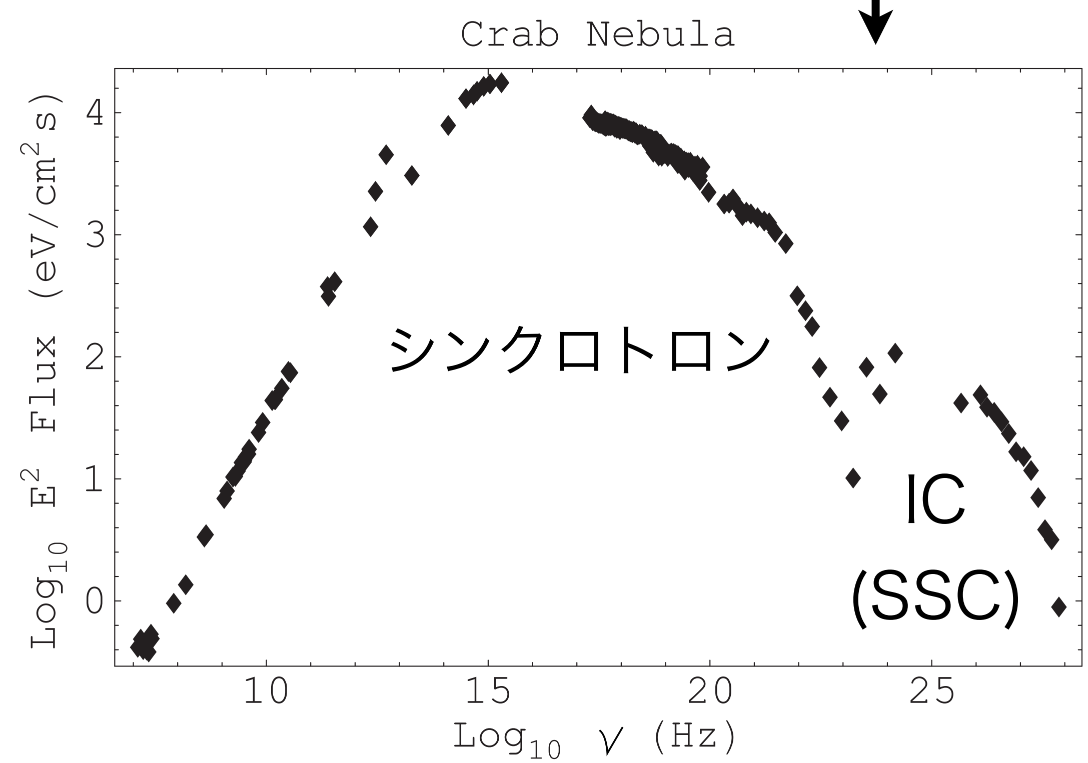
衝撃波面



$$E = \gamma m c^2,\ \gamma \gg 1$$

粒子加速



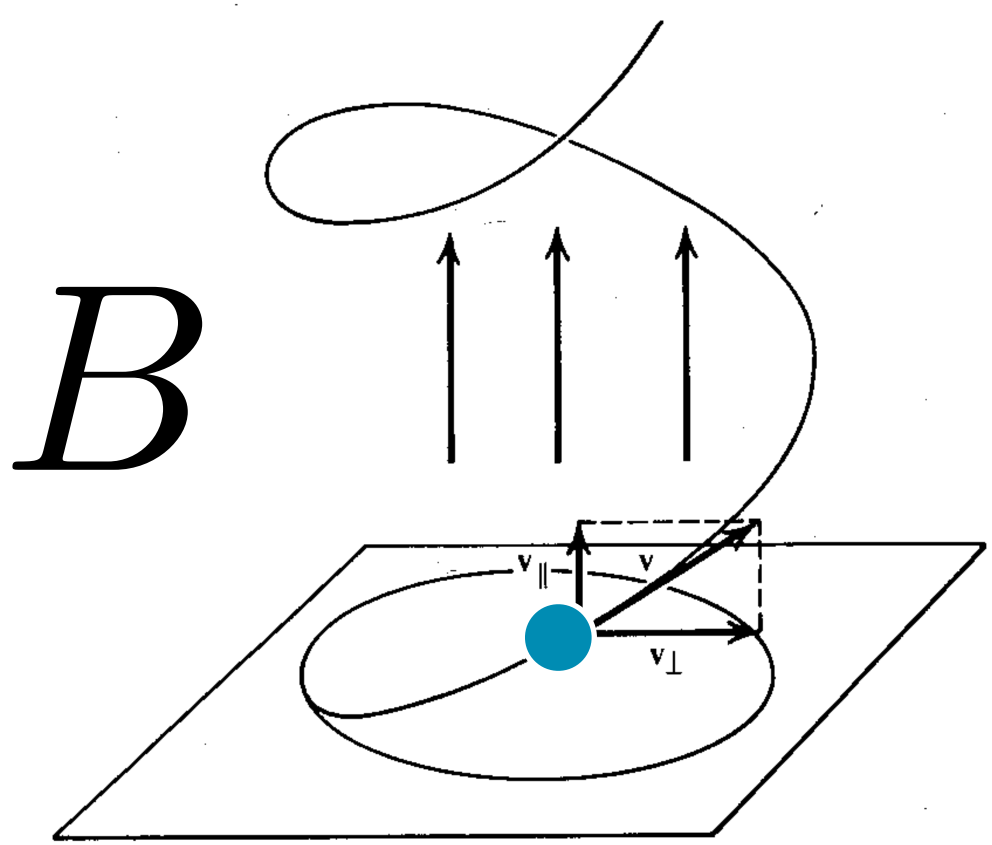


Kirk et al. 2009

放射

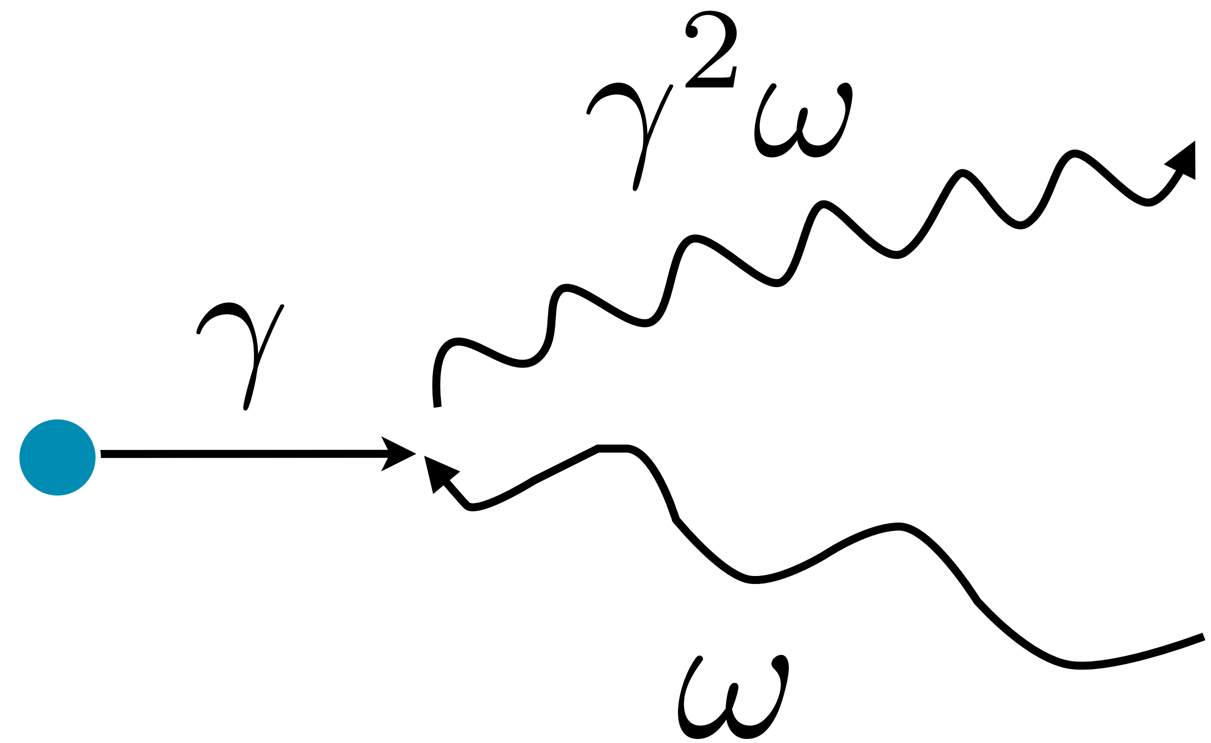
放射機構

シンクロトロン放射



$$\omega_{\mathrm{syn}} = \gamma^2 \frac{eB}{mc}$$

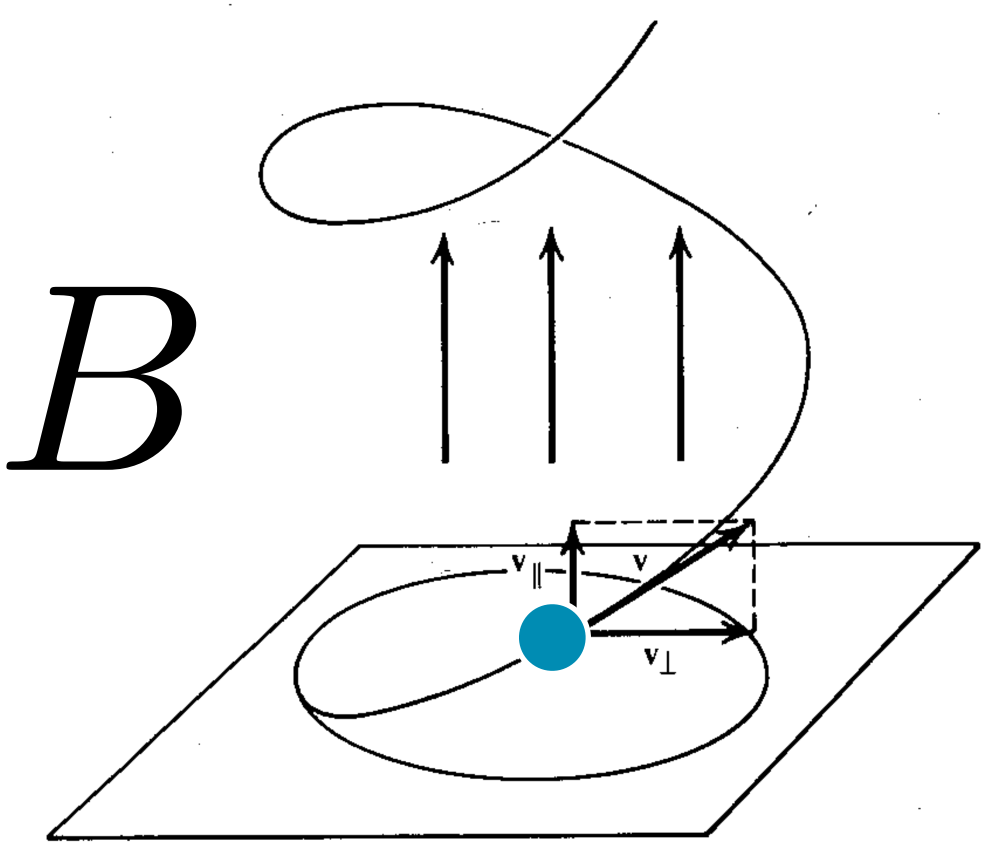
逆コンプトン散乱



$$\omega_{\mathrm{IC}} = \gamma^2 \omega_{\mathrm{ext}}$$

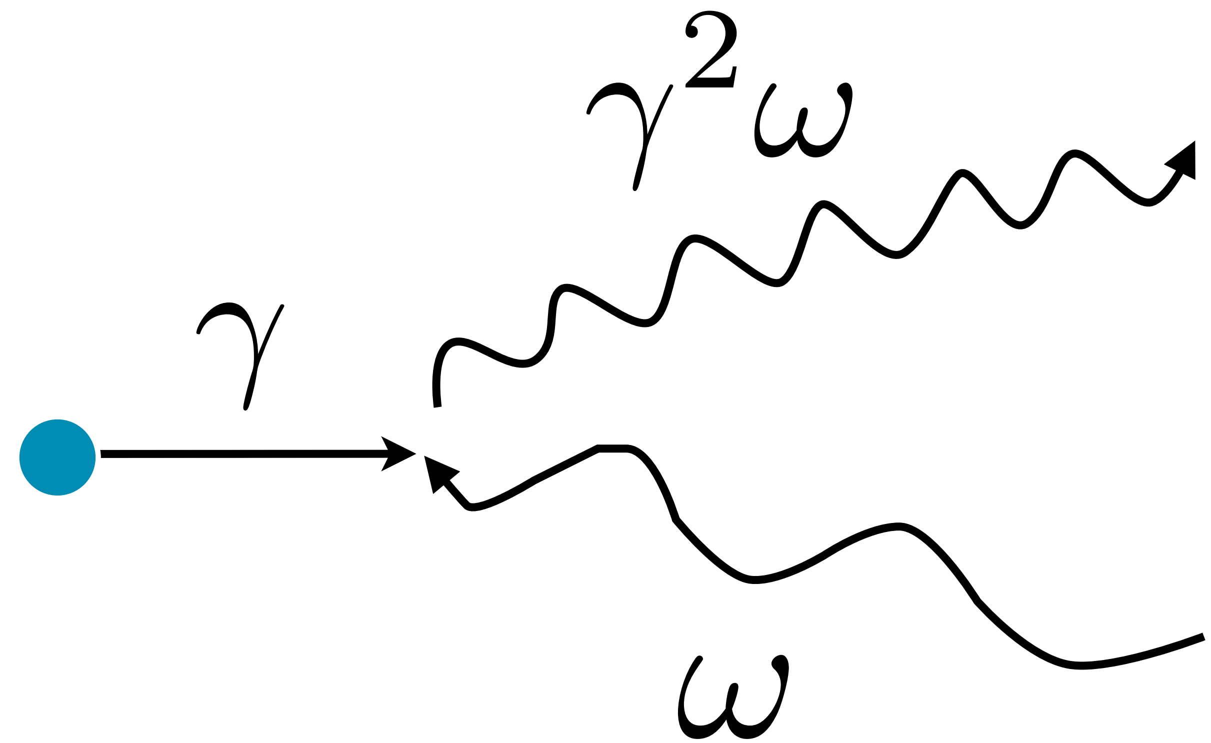
放射機構

シンクロトロン放射



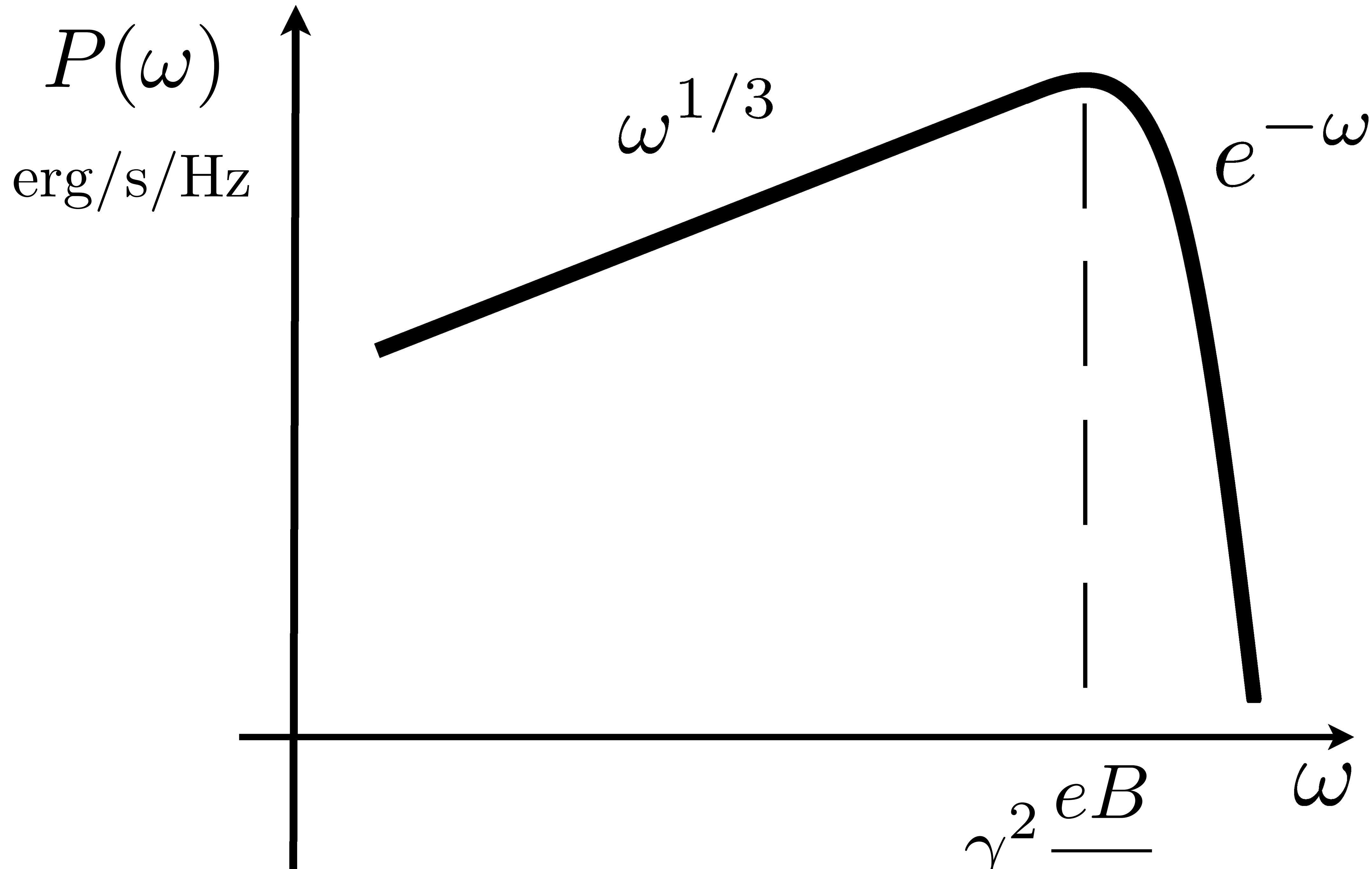
$$\omega_{\rm syn} = \gamma^2 \frac{eB}{mc}$$

逆コンプトン散乱

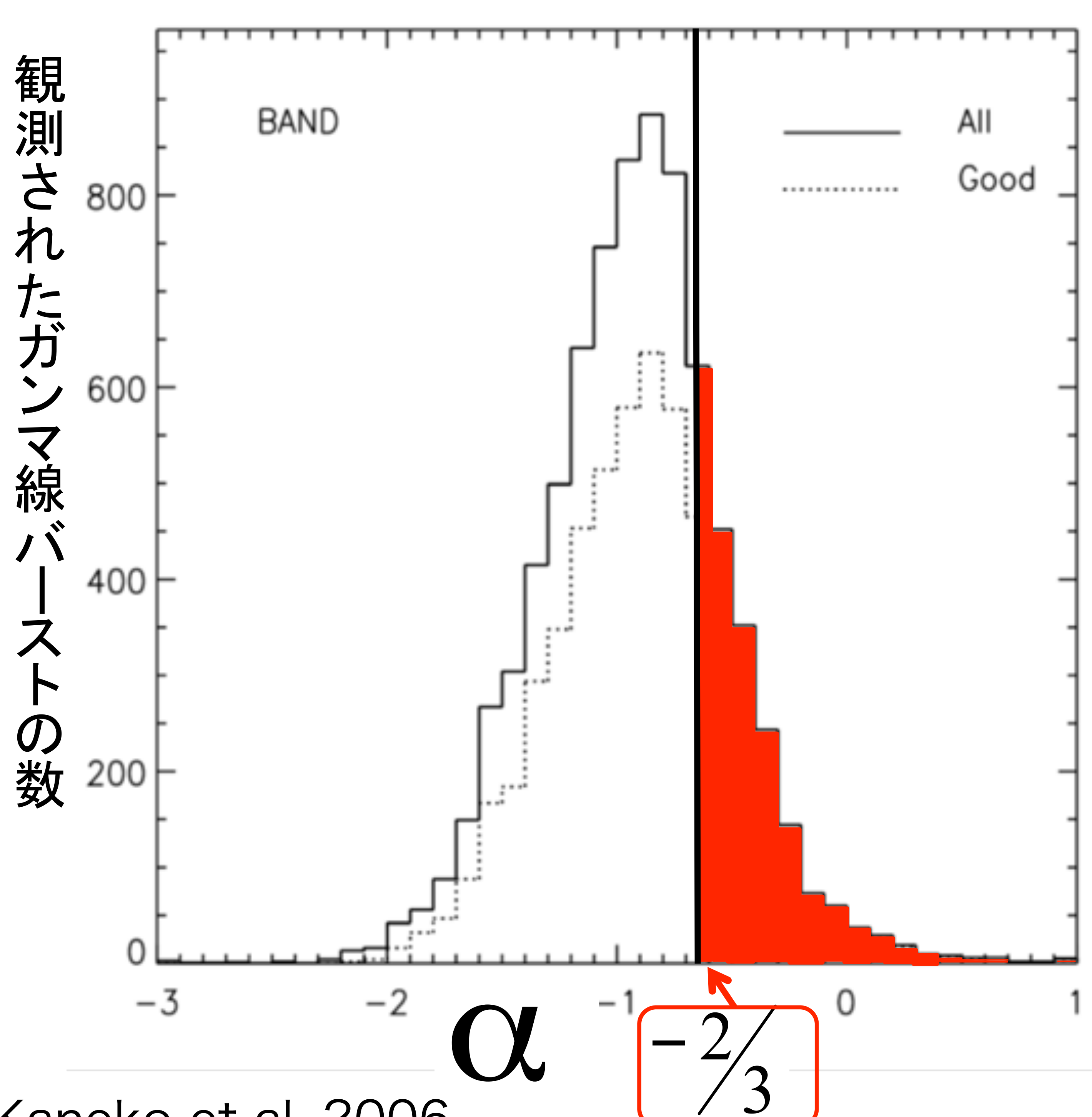


$$\omega_{\rm IC} = \gamma^2 \omega_{\rm ext}$$

シンクロトロン放射のスペクトル

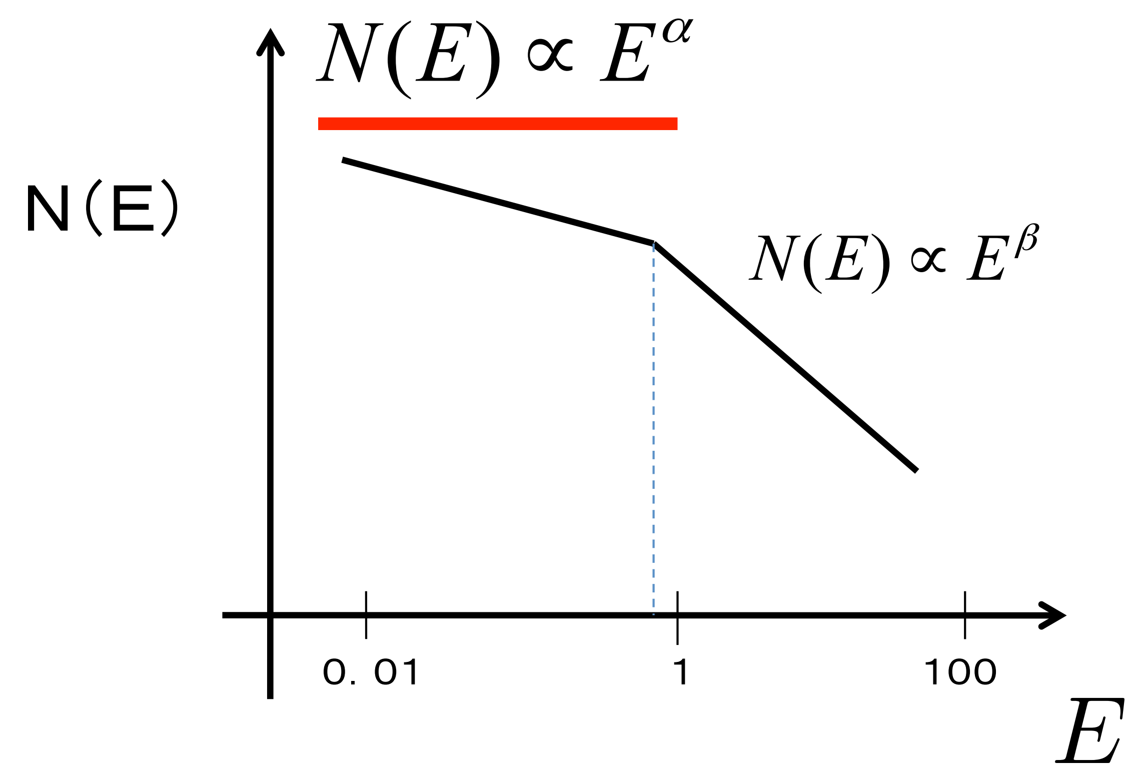


GRB



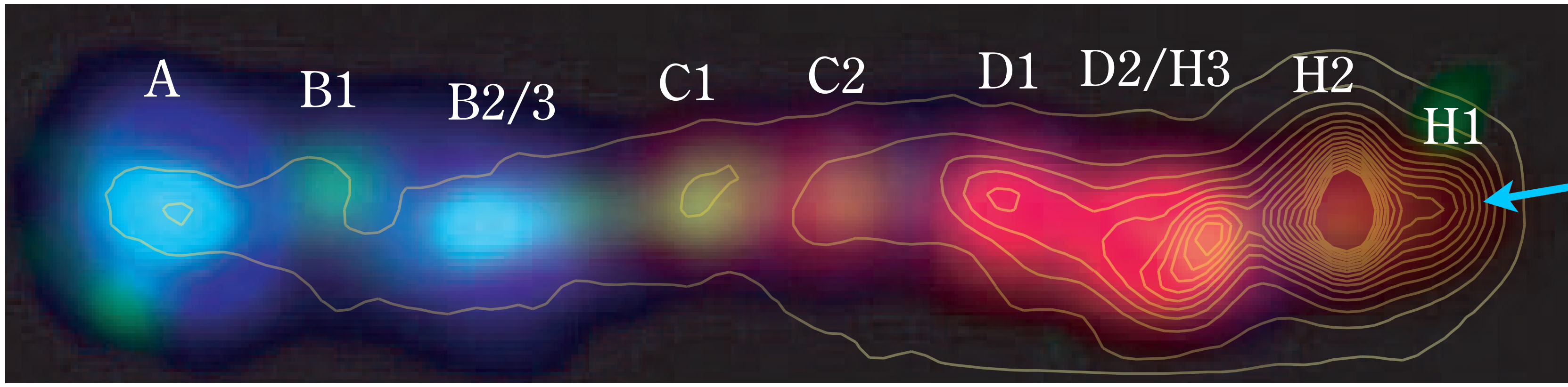
Kaneko et al. 2006

光子数スペクトル $\propto \mathrm{erg/s/Hz^2}$



シンクロトロンでは
原理的に
再現できない

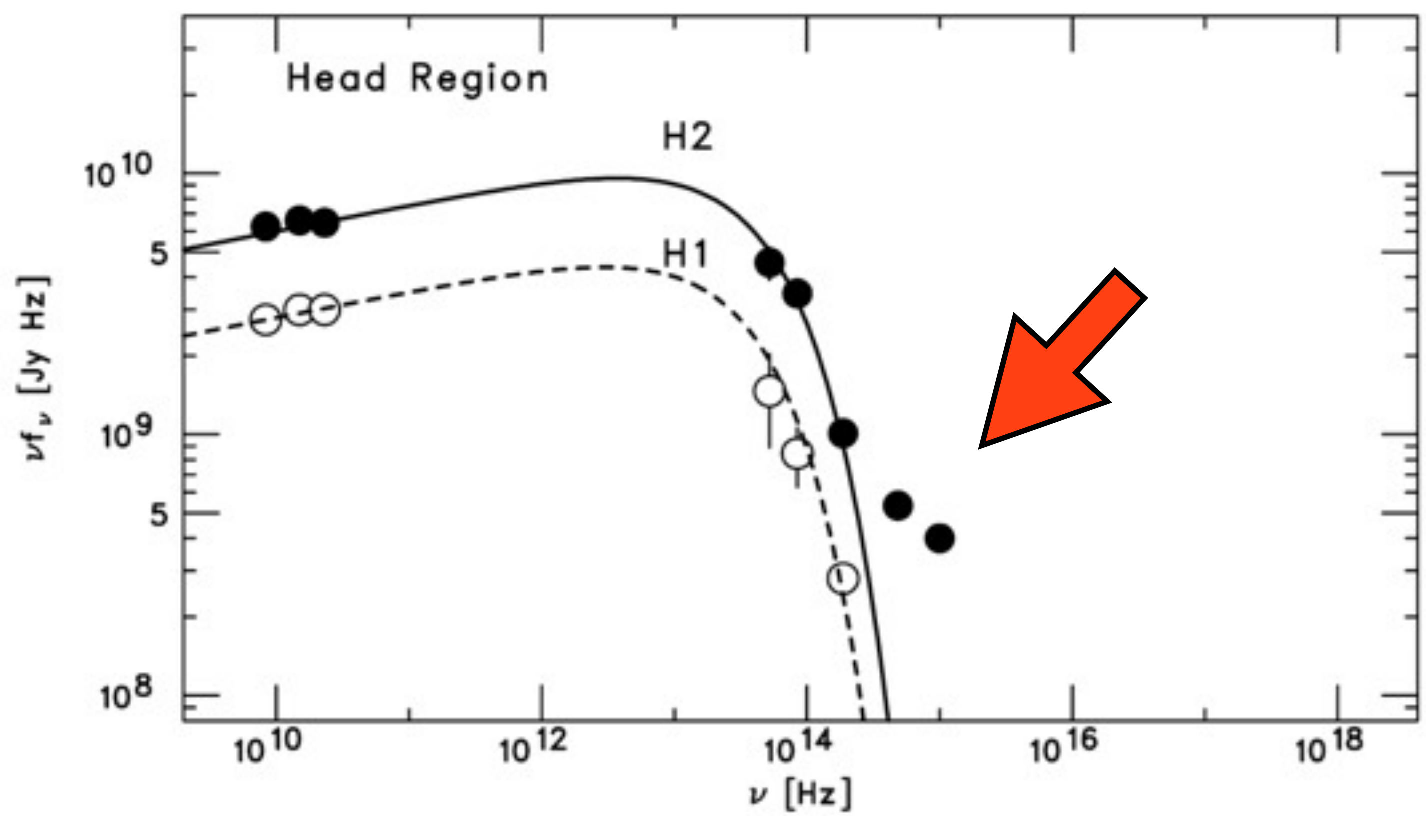
AGNジェット



ホットスポット

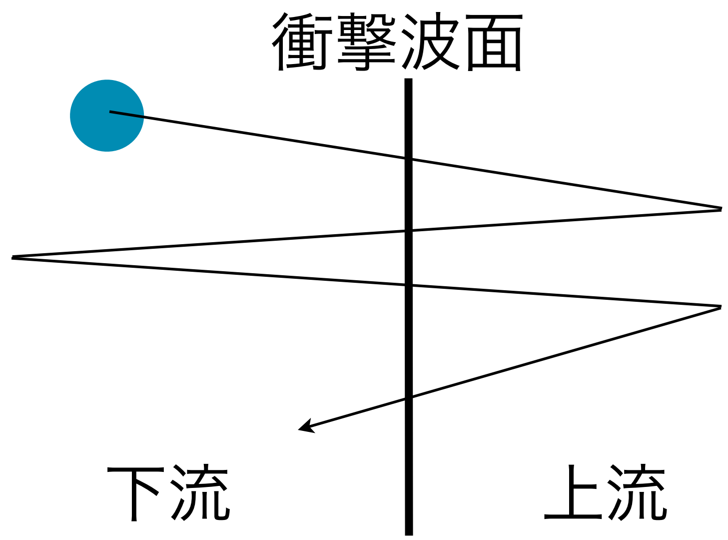
3C273

カットオフから
ずれている。



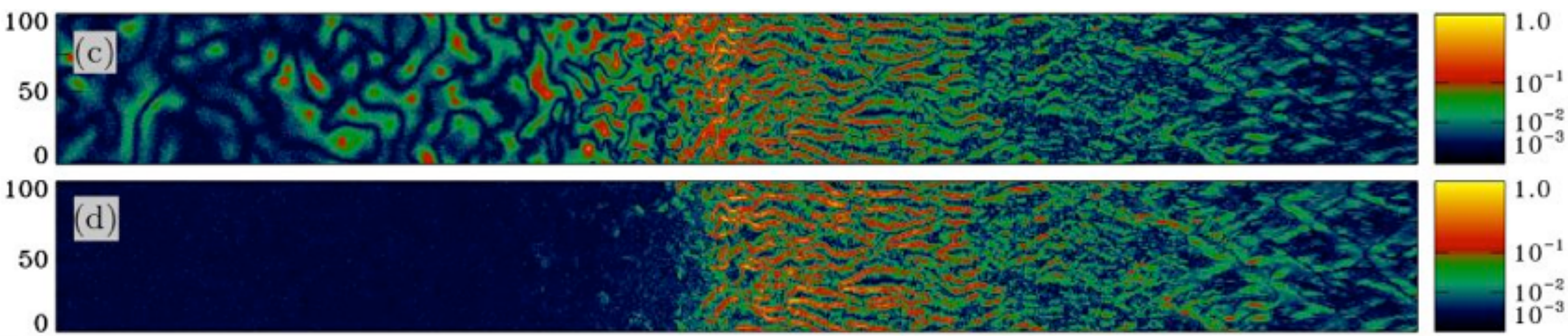
Uchiyama 2006

放射領域



乱れた電磁場が発生している

デバイ長



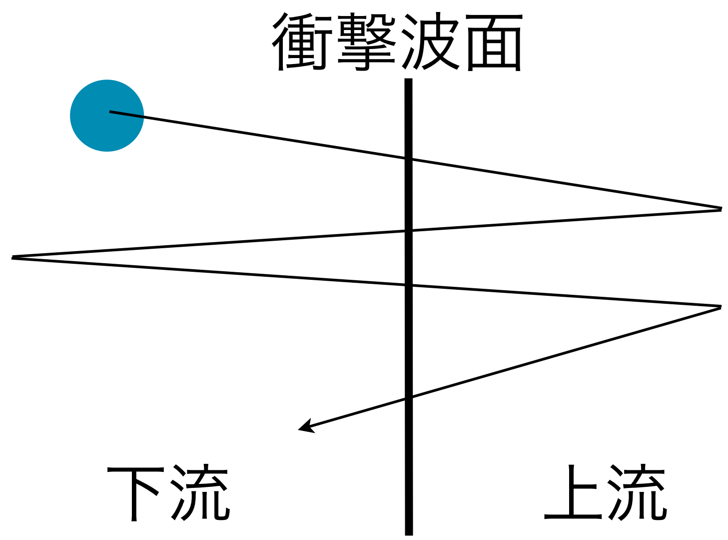
ϵ_B 磁場

ϵ_E 電場

Sironi & Spitkovsky 2009

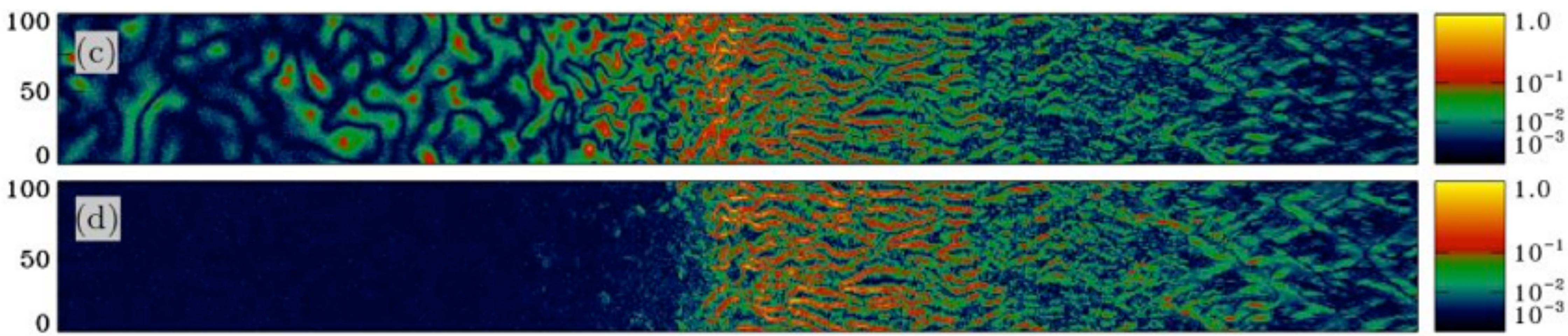
$$\epsilon_B = \frac{B^2/8\pi}{\Gamma n m c^2}$$

放射領域



乱れた電磁場が

発生している



ϵ_B 磁場

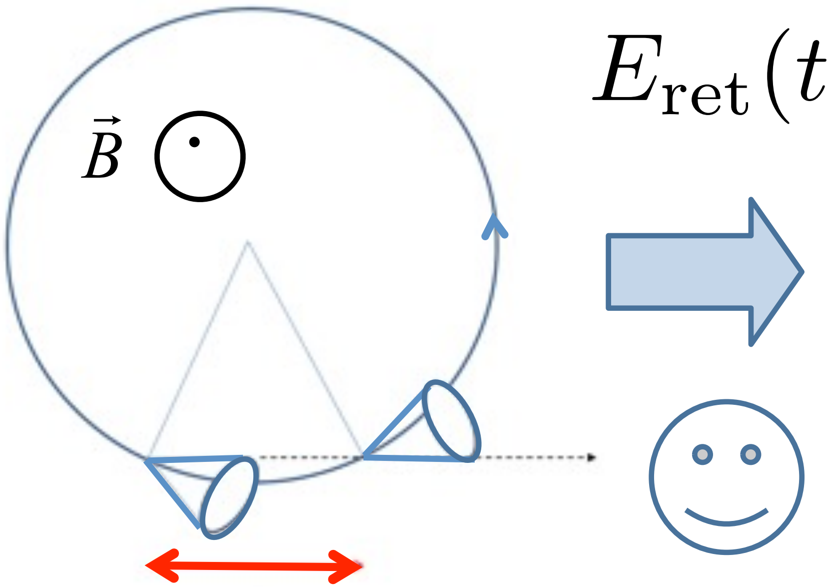
ϵ_E 電場

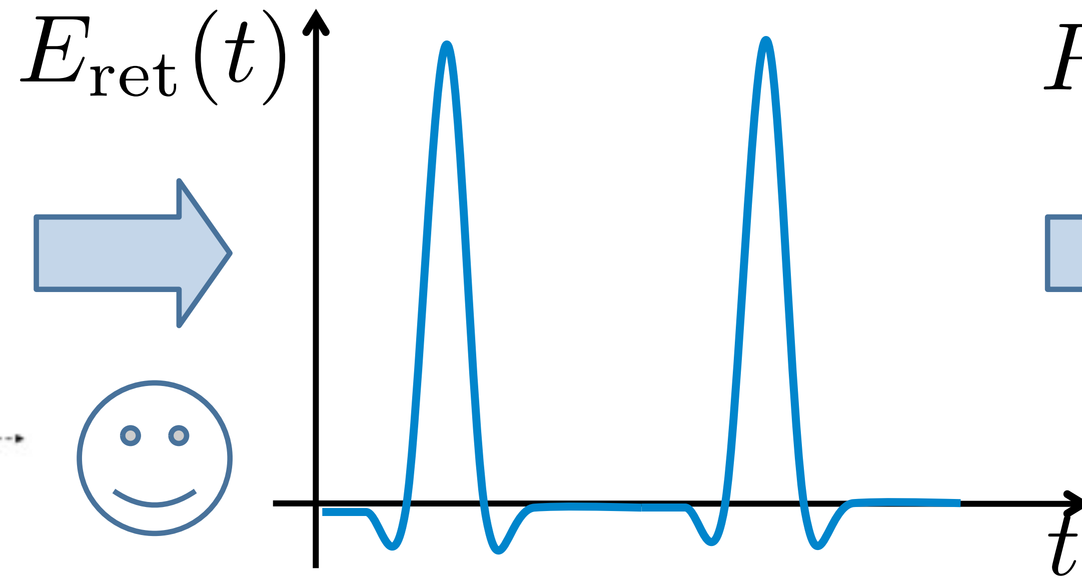
Sironi & Spitkovsky 2009

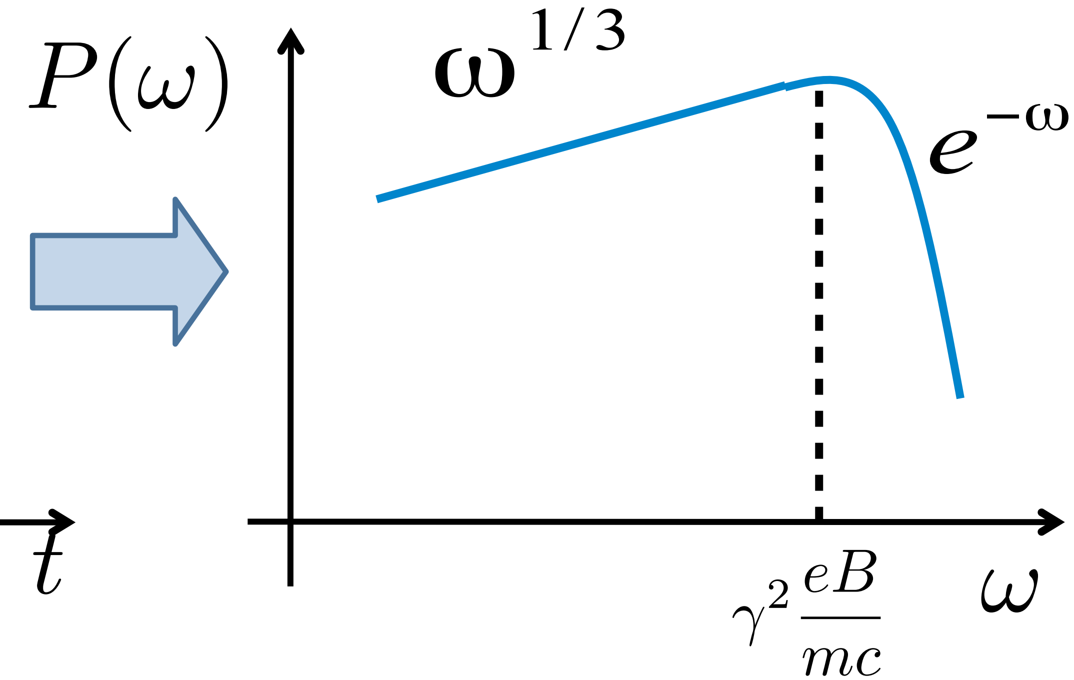
$$\epsilon_B = \frac{B^2/8\pi}{\Gamma n m c^2}$$

この場合の放射スペクトル

電磁場の乱れと放射スペクトル







r_L / γ

$= \frac{mc^2}{eB}$ ：光子形成長 $\quad \frac{mc}{eB} \equiv \frac{1}{\omega_{\rm st}}$ ：光子形成時間

Photon Formation Time (PFT)

乱流の

空間変化のスケール

乱流の

時間変動のスケール

乱流電磁場

	磁場	電場
発生メカニズム	ワイベル不安定	二流体不安定
モード	Electromagnetic （横波）	Electrostatic （縦波）
振動数	0	$\omega_{\rm p}$ ：プラズマ振動数
最大成長波長	$\sim c/\omega_{\rm p}$	$\sim c/\omega_{\rm p}$
シンクロトロン光子形成長	$\frac{mc^2}{e\sigma} \equiv \frac{c}{\omega_{\rm st}} \sim \frac{c}{\omega_{\rm p}}$	
シンクロトロン的光子形成時間（PFT）		$\frac{mc}{e\sigma} = \frac{1}{\omega_{\rm st}} \sim \frac{1}{\omega_{\rm p}}$

ここで $< B^2 >^{\frac{1}{2}} = \sigma$　$< E^2 >^{\frac{1}{2}} = \sigma$

乱流電磁場

	磁場	電場
発生メカニズム	ワイベル不安定	二流体不安定
モード	Electromagnetic (横波)	Electrostatic (縦波)
振動数	0	ω_{p} ：プラズマ振動数
最大成長波長	$\sim c/\omega_{\mathrm{p}}$	$\sim c/\omega_{\mathrm{p}}$
シンクロトロン光子形成長	$\dfrac{mc^2}{e\sigma} \equiv \dfrac{c}{\omega_{\mathrm{st}}} \sim \dfrac{c}{\omega_{\mathrm{p}}}$	
シンクロトロン的光子形成時間（PFT）		$\dfrac{mc}{e\sigma} = \dfrac{1}{\omega_{\mathrm{st}}} \sim \dfrac{1}{\omega_{\mathrm{p}}}$

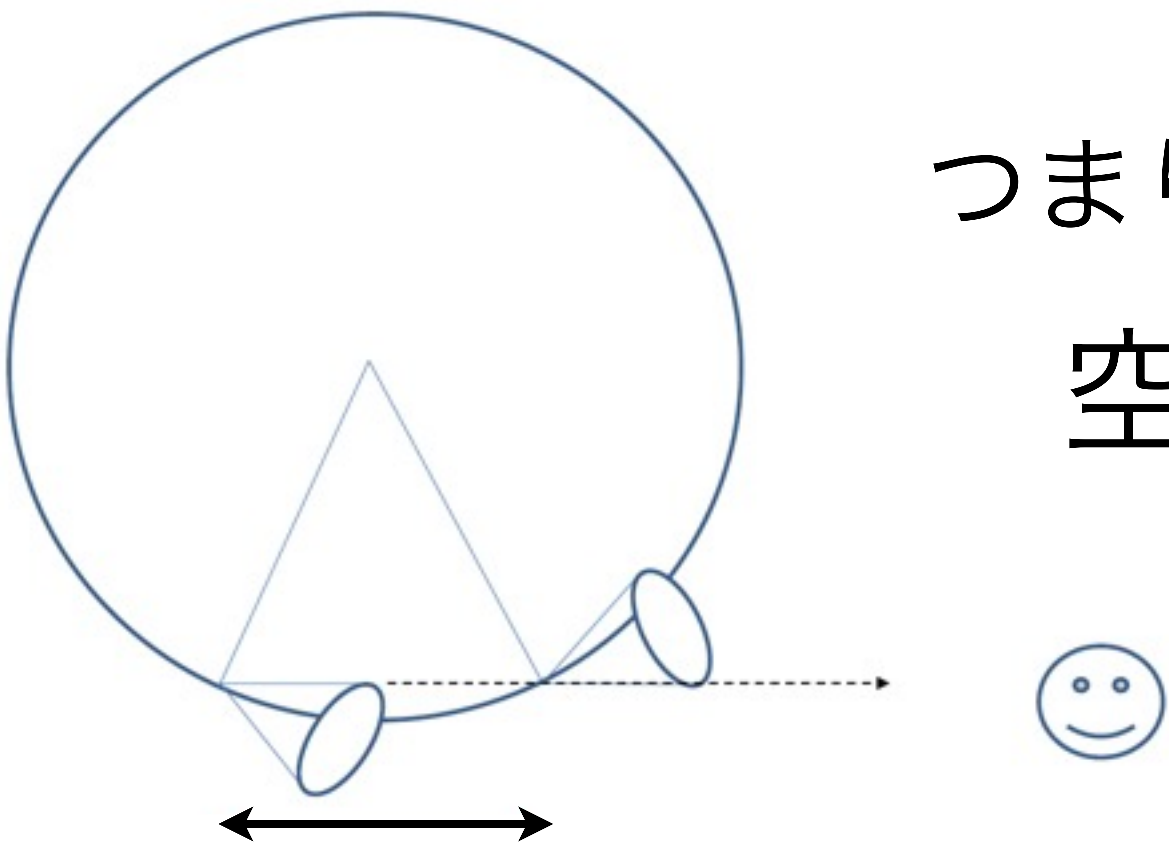
ここで $< B^2 >^{\frac{1}{2}} = \sigma$ 　 $< E^2 >^{\frac{1}{2}} = \sigma$

乱流電磁場

	磁場	電場
発生メカニズム	ワイベル不安定	二流体不安定
モード	Electromagnetic (横波)	Electrostatic (縦波)
振動数	0	$\omega_{\rm p}$ ：プラズマ振動数
最大成長波長	$\sim c/\omega_{\rm p}$	$\sim c/\omega_{\rm p}$
シンクロトロン光子形成長	$\dfrac{mc^2}{e\sigma} \equiv \dfrac{c}{\omega_{\rm st}} \sim \dfrac{c}{\omega_{\rm p}}$	
シンクロトロン的光子形成時間 (PFT)		$\dfrac{mc}{e\sigma} = \dfrac{1}{\omega_{\rm st}} \sim \dfrac{1}{\omega_{\rm p}}$

ここで $< B^2 >^{\frac{1}{2}} = \sigma$ 　 $< E^2 >^{\frac{1}{2}} = \sigma$

乱流電磁場

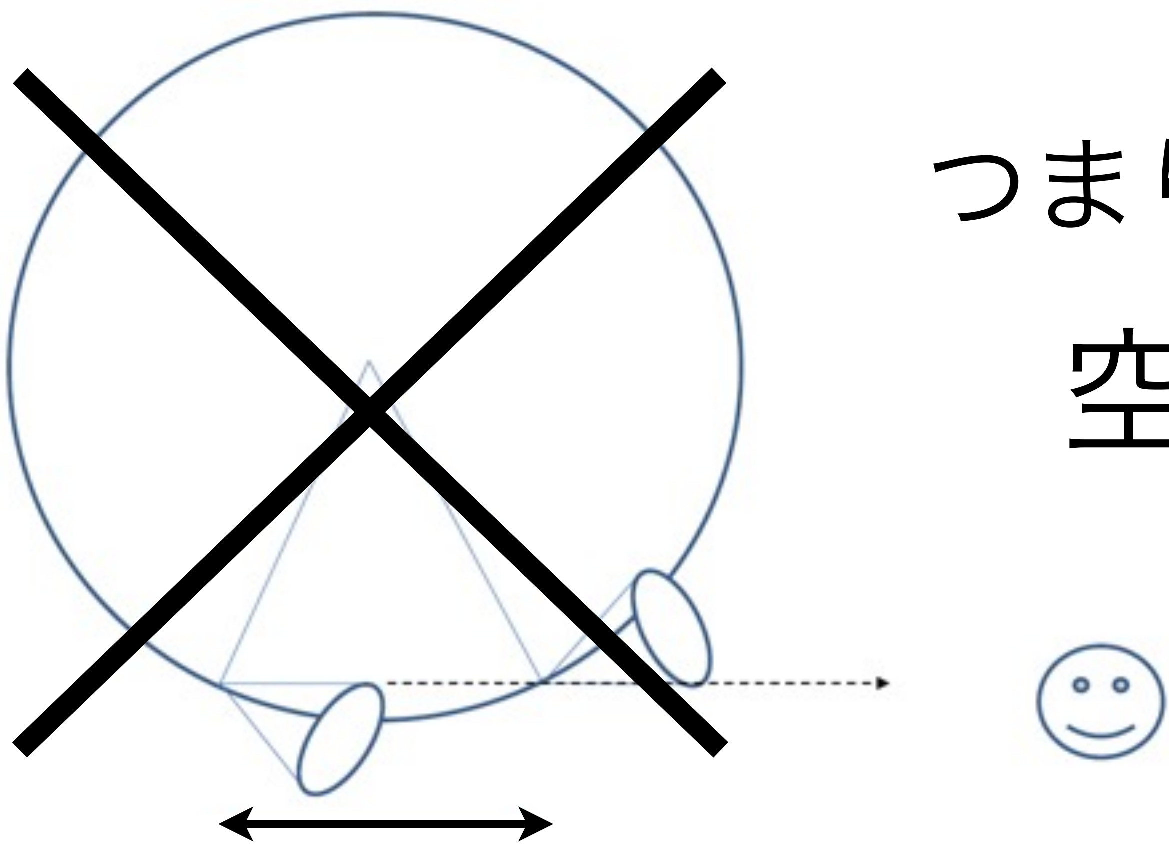


つまり

空間的乱れも時間変動も

無視できない！

乱流電磁場

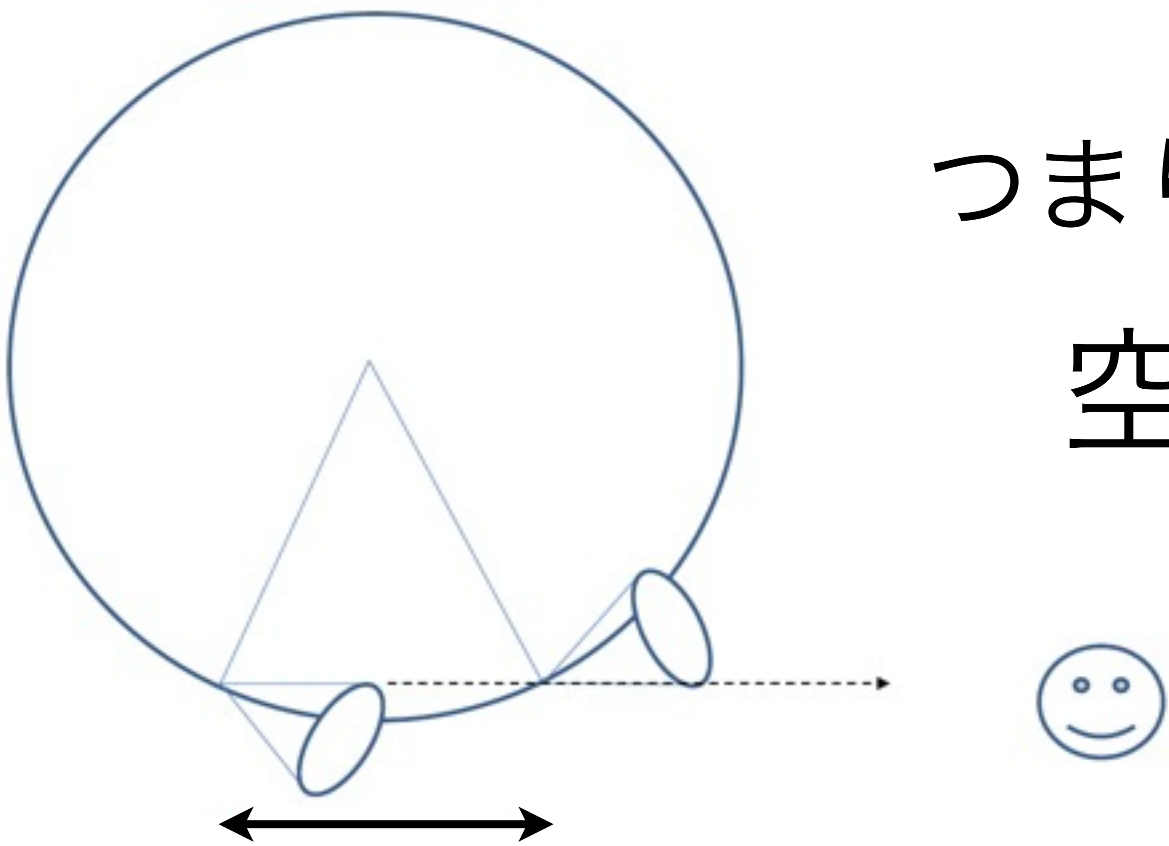


つまり

空間的乱れも時間変動も

無視できない！

乱流電磁場

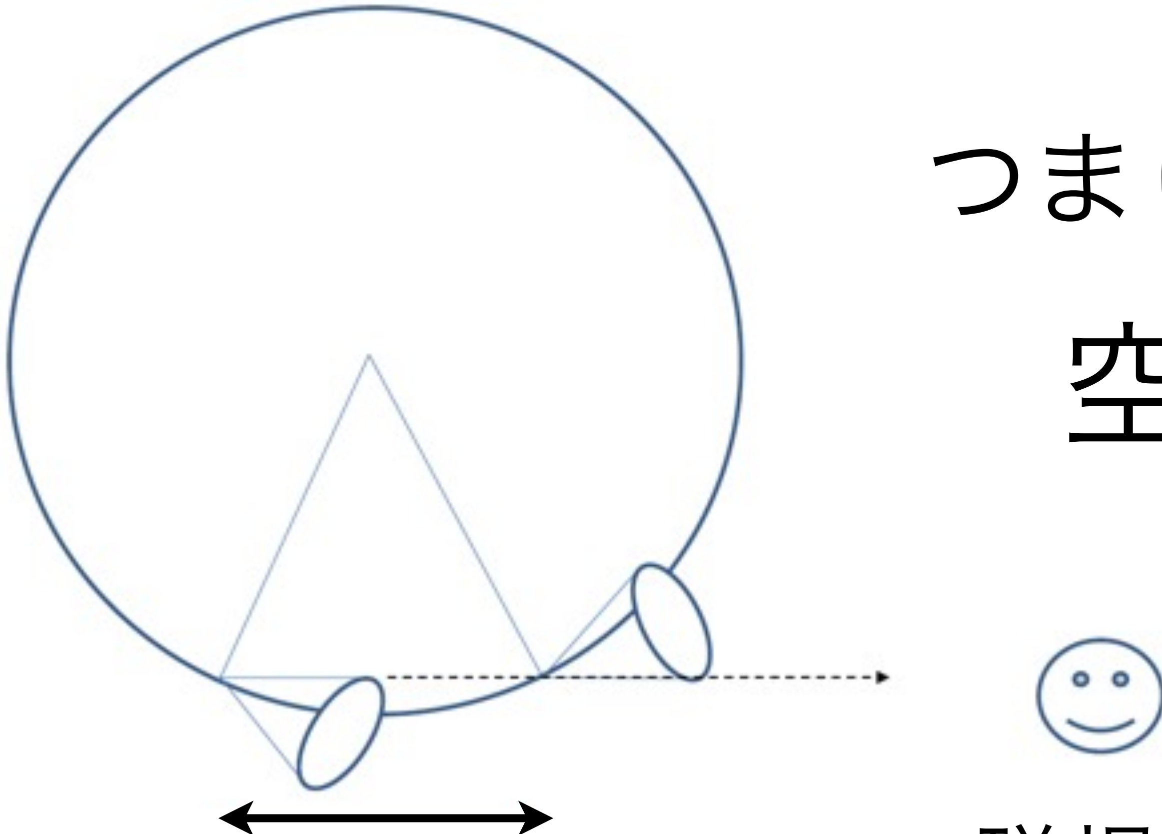


つまり

空間的乱れも時間変動も

無視できない！

乱流電磁場



$$\frac{c}{\omega_{\rm st}}$$

つまり

空間的乱れも時間変動も
無視できない！

磁場、電場ともに
このくらいの
スケールで乱れている。

$$\lambda_{\rm turb} = \frac{2\pi}{k_{\rm typ}} \sim \frac{c}{\omega_{\rm st}}$$

また、横断時間〜電場の変動時間スケール

$$1/\omega_{\rm st} \sim 1/\omega_{\rm p}$$

先行研究の分類のために

乱流の電磁場の特徴をパラメトライズする。

強度パラメータ

$$\frac{\text{乱流の波長}}{\text{シンクロトロン（的）PFL}} : \frac{\lambda_{\rm tutb}}{mc^2/e\sigma}$$

$$a \equiv \frac{e\sigma}{mc^2 k_{\rm typ}} = \frac{\omega_{\rm st}}{k_{\rm typ} c}$$

振動パラメータ

$$\frac{\text{一波長の横断時間}}{\text{振動周期}} : \frac{\lambda_{\rm turb}/c}{T}$$

$$b \equiv \frac{\omega_{\rm p}}{k_{\rm typ} c}$$

先行研究の分類のために

乱流の電磁場の特徴をパラメトライズする。

強度パラメータ

乱流の波長

シンクロトロン（的）Pl

$$a \equiv \frac{e\sigma}{mc^2 k_{\mathrm{typ}}} = \frac{\omega_{\mathrm{st}}}{k_{\mathrm{typ}} c}$$

振動パラメータ

横断時間 : $\frac{\lambda_{\mathrm{turb}}/c}{T}$

周期

$$b \equiv \frac{\omega_{\mathrm{p}}}{k_{\mathrm{typ}} c}$$

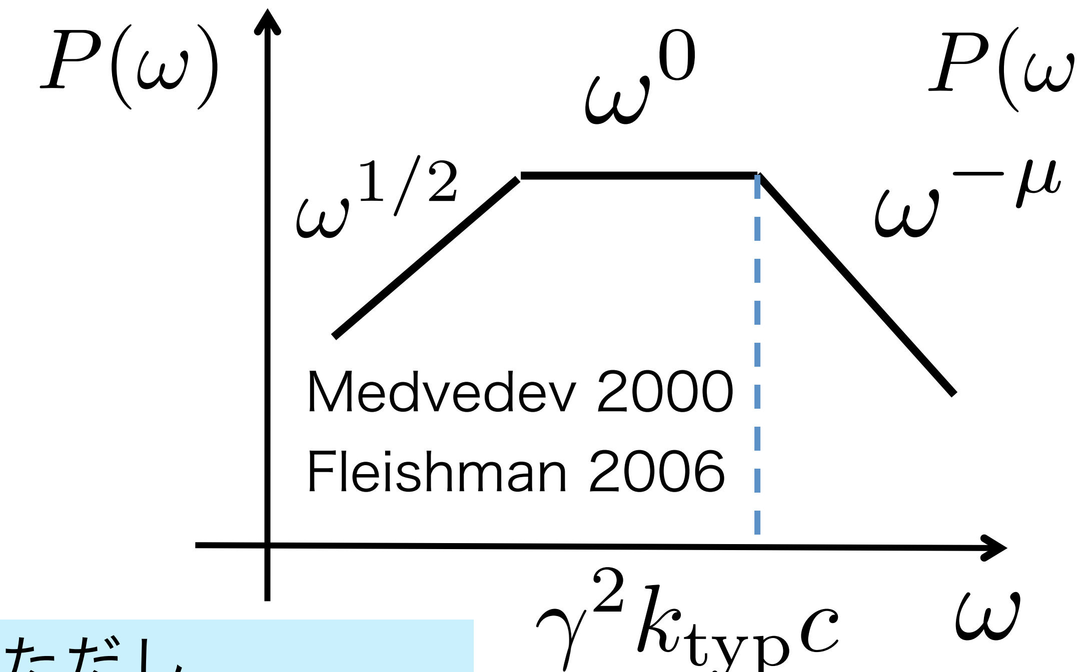
$$a \sim b \sim 1$$

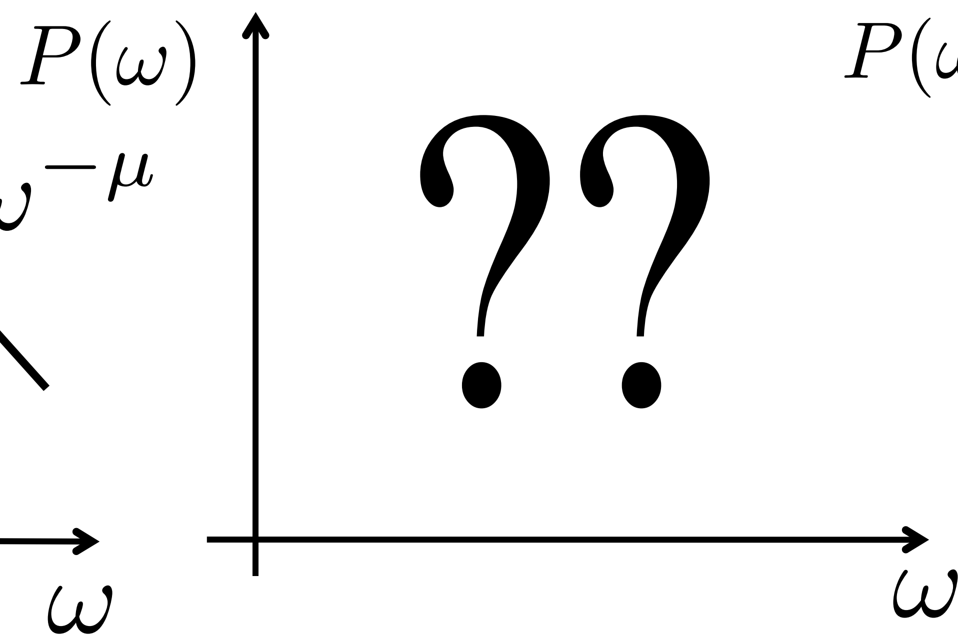
が実現しそう

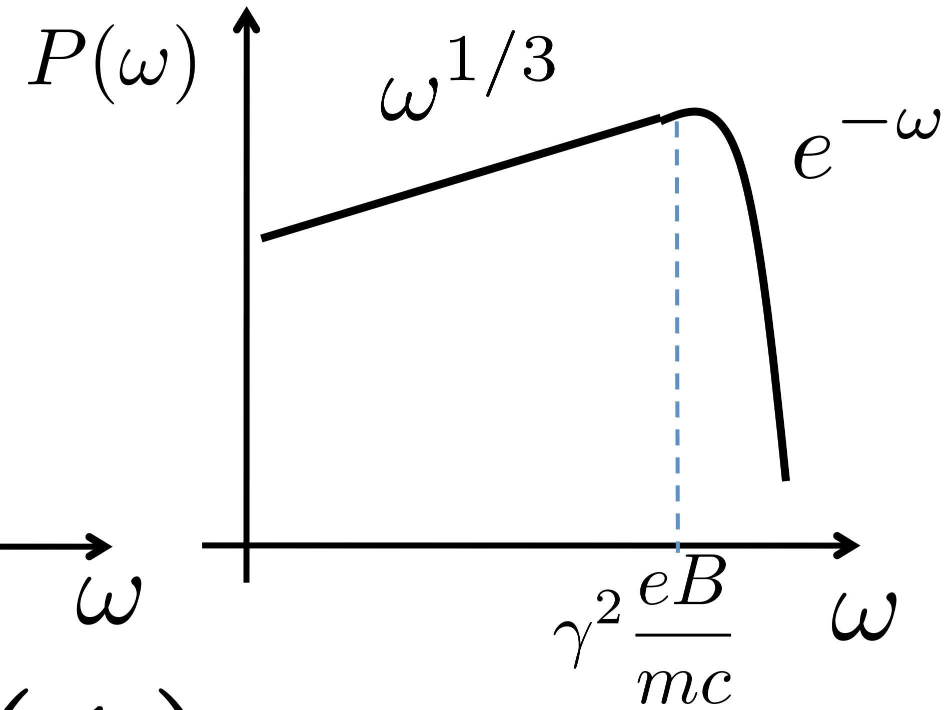
乱流磁場（ $b=0$ ）の場合

ジッター放射

シンクロトロン放射







ただし
$B^2(k) \propto k^{-\mu}$

$a \ll 1$

$a = O(1)$

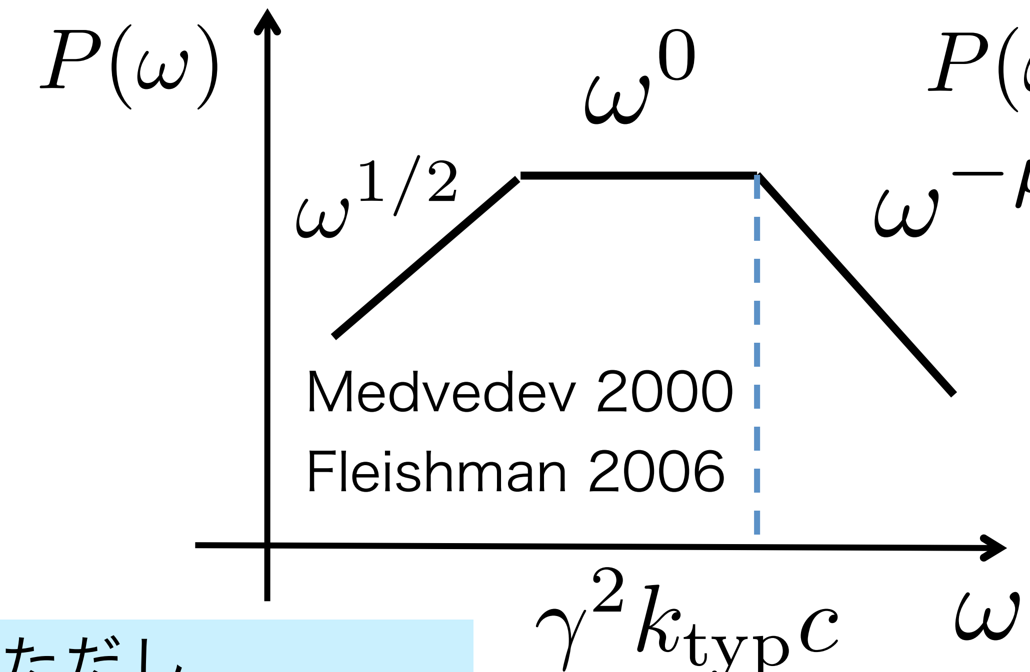
$a \gg 1$

0 1 a

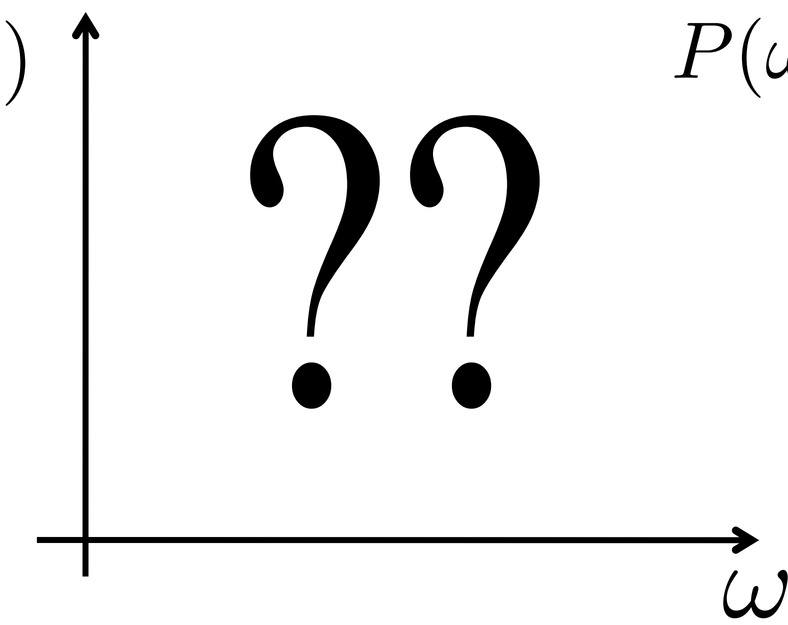
乱流磁場（ $b = 0$ ）の場合

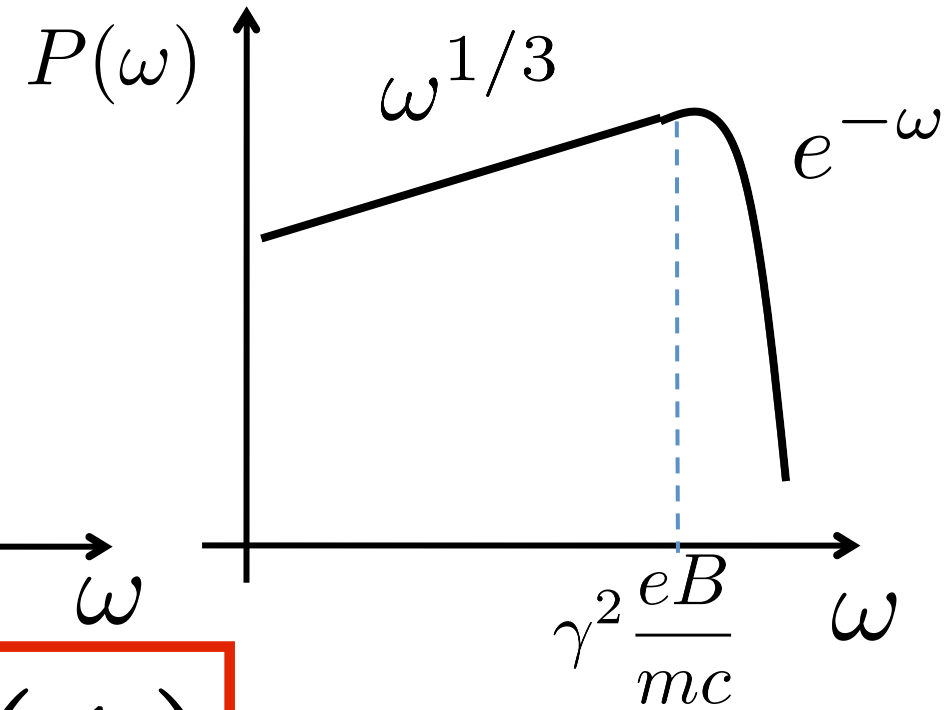
ジッター放射

シンクロトロン放射



ただし
$B^2(k) \propto k^{-\mu}$





$a \ll 1$

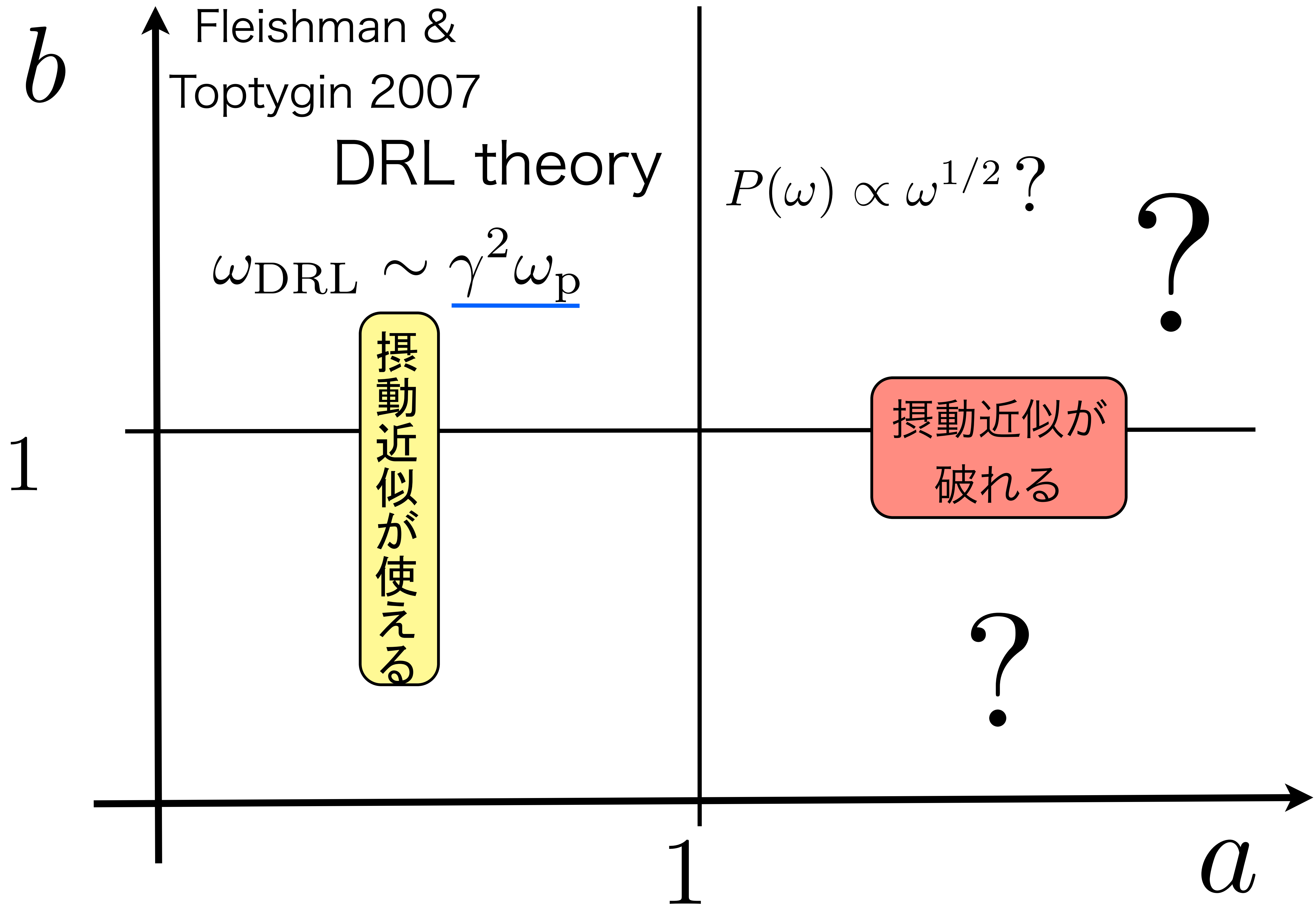
$\boxed{a = O(1)}$

$a \gg 1$

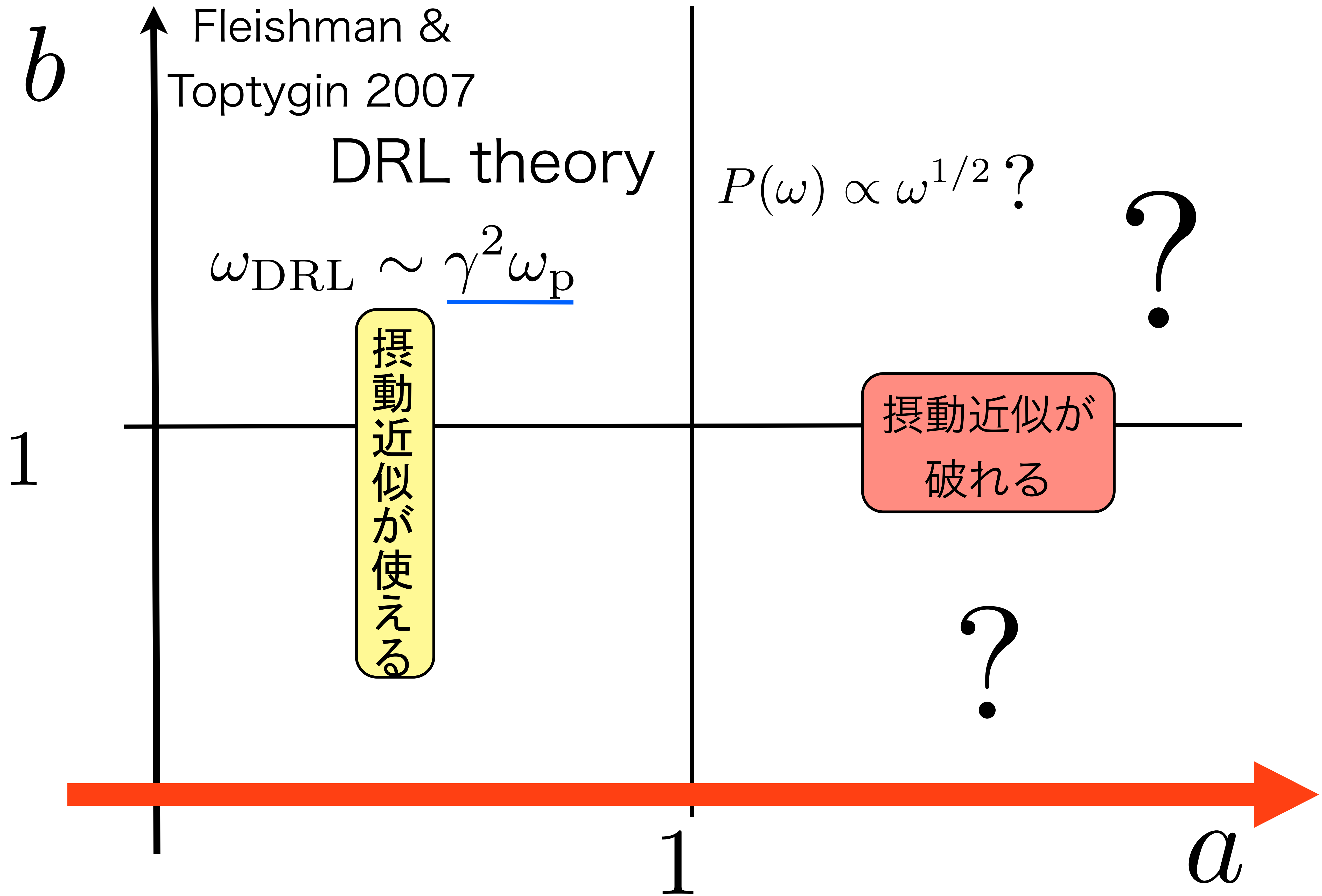
分からない！

0 1 a

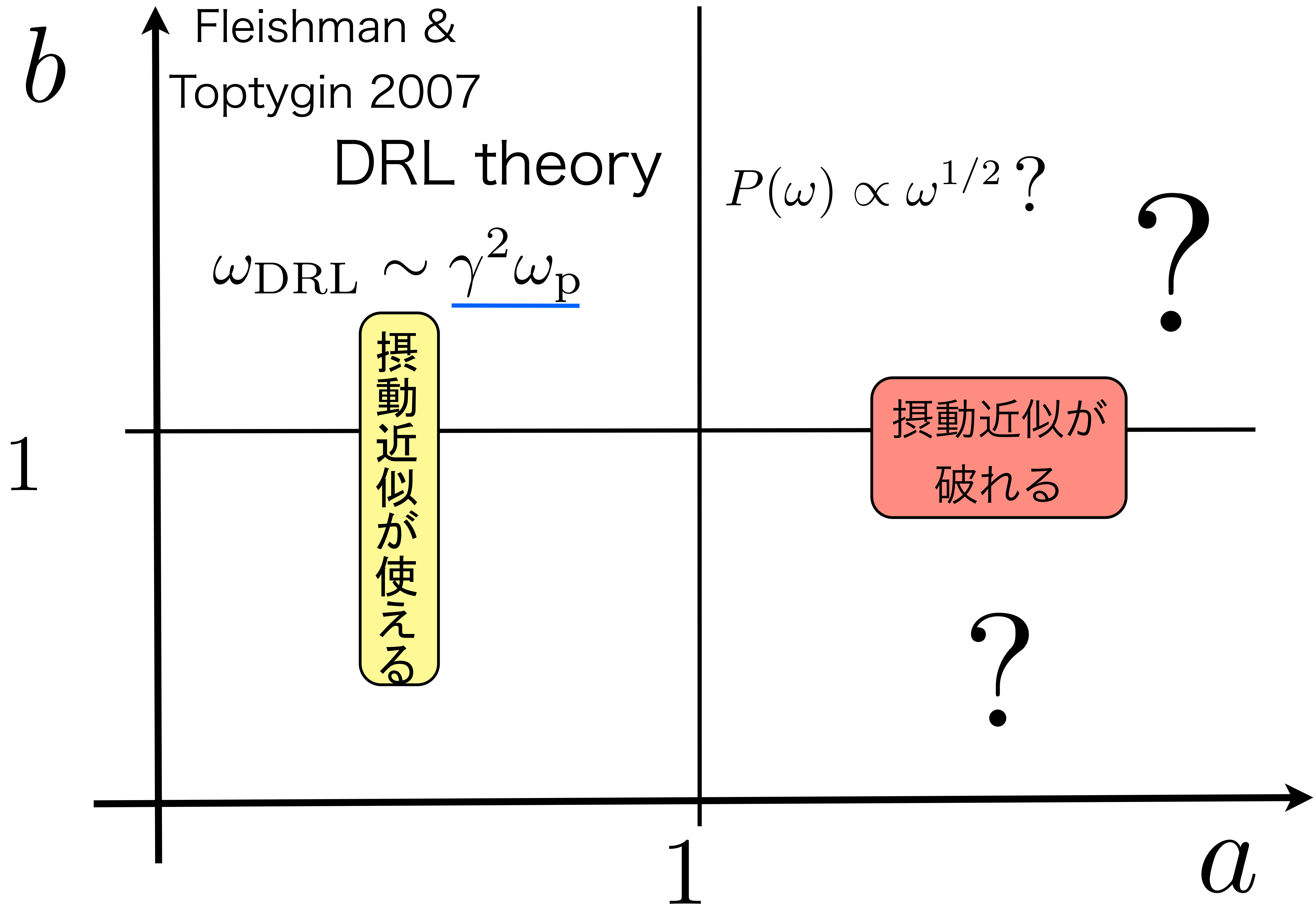
ラングミュア乱流の場合



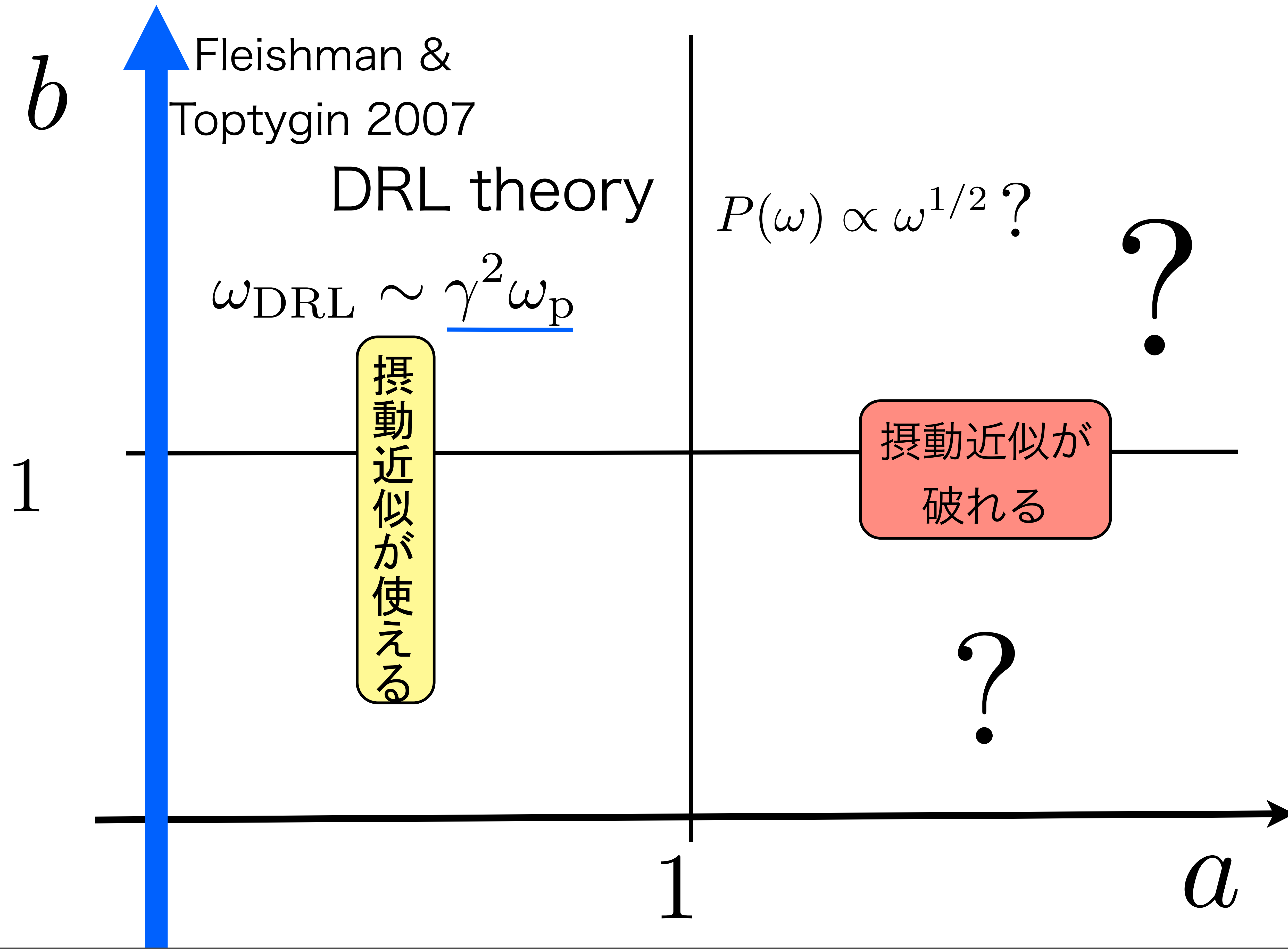
ラングミュア乱流の場合



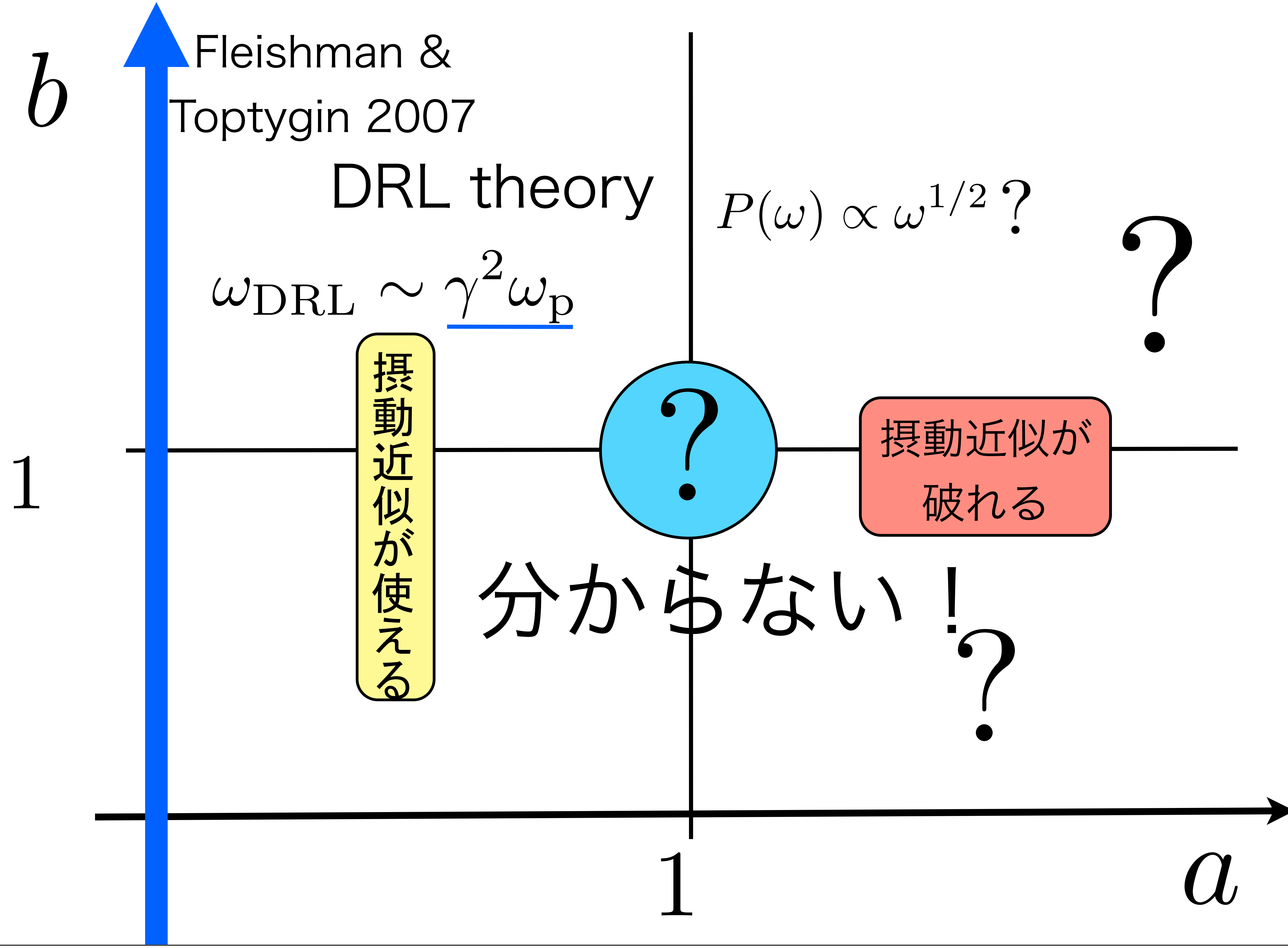
ラングミュア乱流の場合



ラングミュア乱流の場合



ラングミュア乱流の場合



本研究の目的

a と b をパラメータとして
スペクトルの特徴を
明らかにする。

強度パラメータ

$$a \equiv \frac{\omega_{\mathrm{st}}}{k_{\mathrm{typ}} c}$$

振動パラメータ

$$b \equiv \frac{\omega_{\mathrm{p}}}{k_{\mathrm{typ}} c}$$

数値計算と解釈

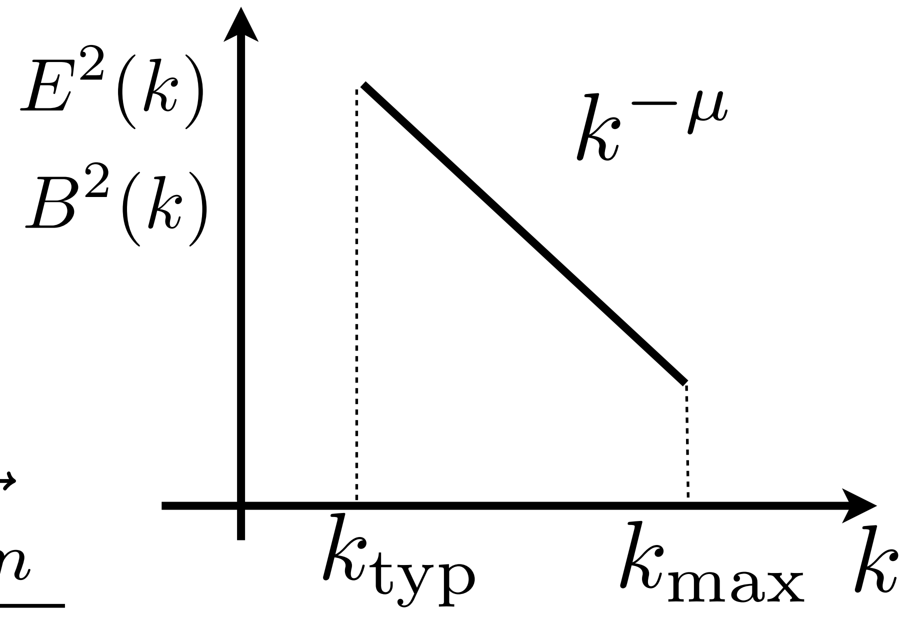
計算手法１：乱流の生成

フーリエモードの重ね合わせで3D等方乱流を生成

$$\vec{B}(\vec{x}) = \sum_{n=1}^{N} A_n \exp\{i(\vec{k_n}\cdot\vec{x}+\beta_n)\}\hat{\xi}_n$$

または

$$\vec{E}(\vec{x}) = \sum_{n=1}^{N} A_n \cos(\vec{k_n}\cdot\vec{x}-\omega_{\rm p}t+\beta_n)\frac{\vec{k_n}}{|k_n|}$$



$$A_n^2 = \sigma^2 G_n \left[\sum_{n=1}^{N} G_n\right]^{-1},$$

$$G_n = \frac{4\pi k_n^2 \Delta k_n}{1+(k_n L_{\rm c})^\alpha},$$

$$L_{\rm c} = 2\pi/k_{\rm typ}$$

$$\hat{\xi}_n = \cos\psi_n \hat{e}'_x + i\sin\psi_n \hat{e}'_y$$

$$\hat{e}'_z = \frac{\vec{k_n}}{|k_n|}$$

特徴的空間スケール $\omega_0 \equiv k_{\rm typ} c$

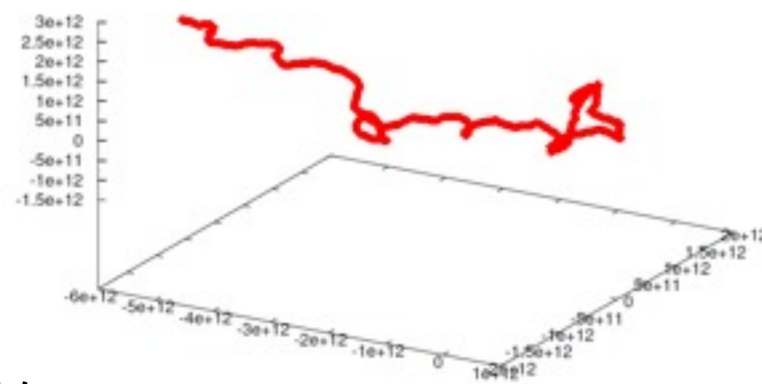
特徴的時間スケール $\omega_{\rm p}$

平均強度 $\omega_{\rm st} \equiv \frac{e\sigma}{mc}$

計算手法２：放射スペクトルの計算

$\gamma_{\rm init} = 10$ の電子を注入し運動方程式を解く

軌道の例



$$\frac{d}{dt}(\gamma m_{\rm e}\vec{v}) = e(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B})$$

Lienard-Wiechert ポテンシャルからスペクトルを計算

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^2}\left|\int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{\vec{n} \times [(\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}]}{(1 - \vec{\beta}\cdot\vec{n})^2} \exp\{i\omega(t' - \frac{\vec{n}\cdot\vec{r}(t')}{c})\}\right|^2$$

$\vec{n}$ 観測者方向単位ベクトル

t' 遅延時間

ラングミュア乱流の場合

瞬間的な放射スペクトルが知りたい。

積分時間を典型的振動数のPFTの100倍とした。

乱流磁場
（静磁場）

パラメータは $a \equiv \dfrac{e\sigma}{mc^2 k_{\rm typ}} = \dfrac{\omega_{\rm st}}{\omega_0}$

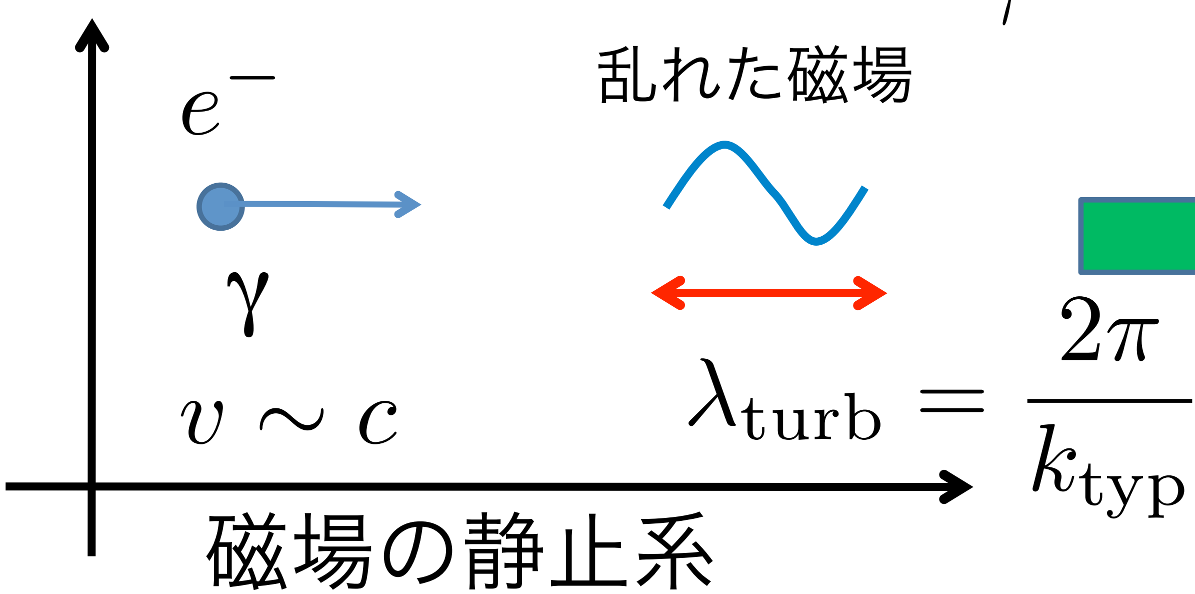
注：$b = 0$

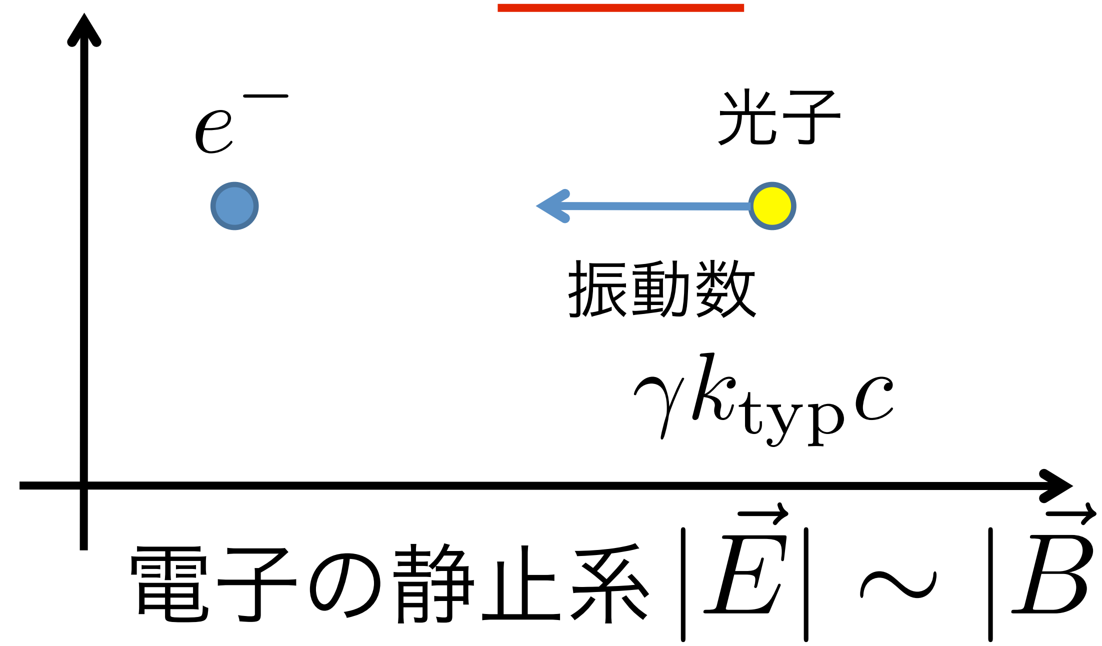
予備知識

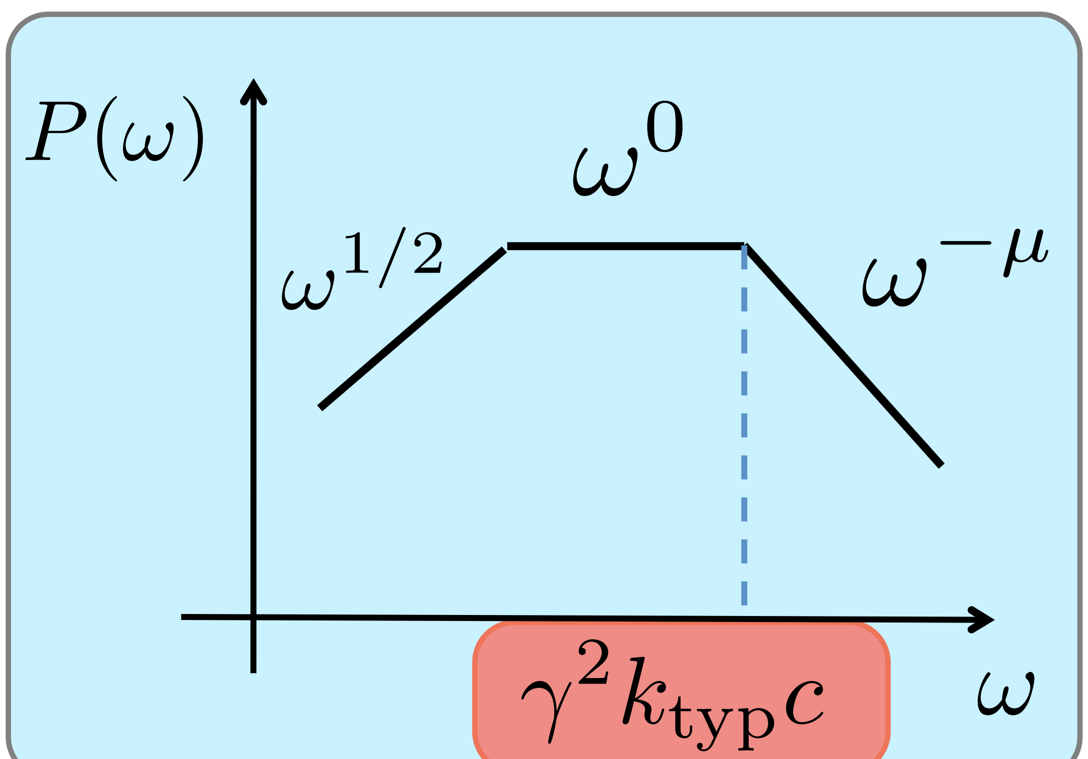
ジッター放射 $(a \ll 1, b = 0)$

$$a \ll 1 \longrightarrow \theta_{\mathrm{def}} \ll \frac{1}{\gamma}$$

軌道を直線として加速を**摂動**として扱う。





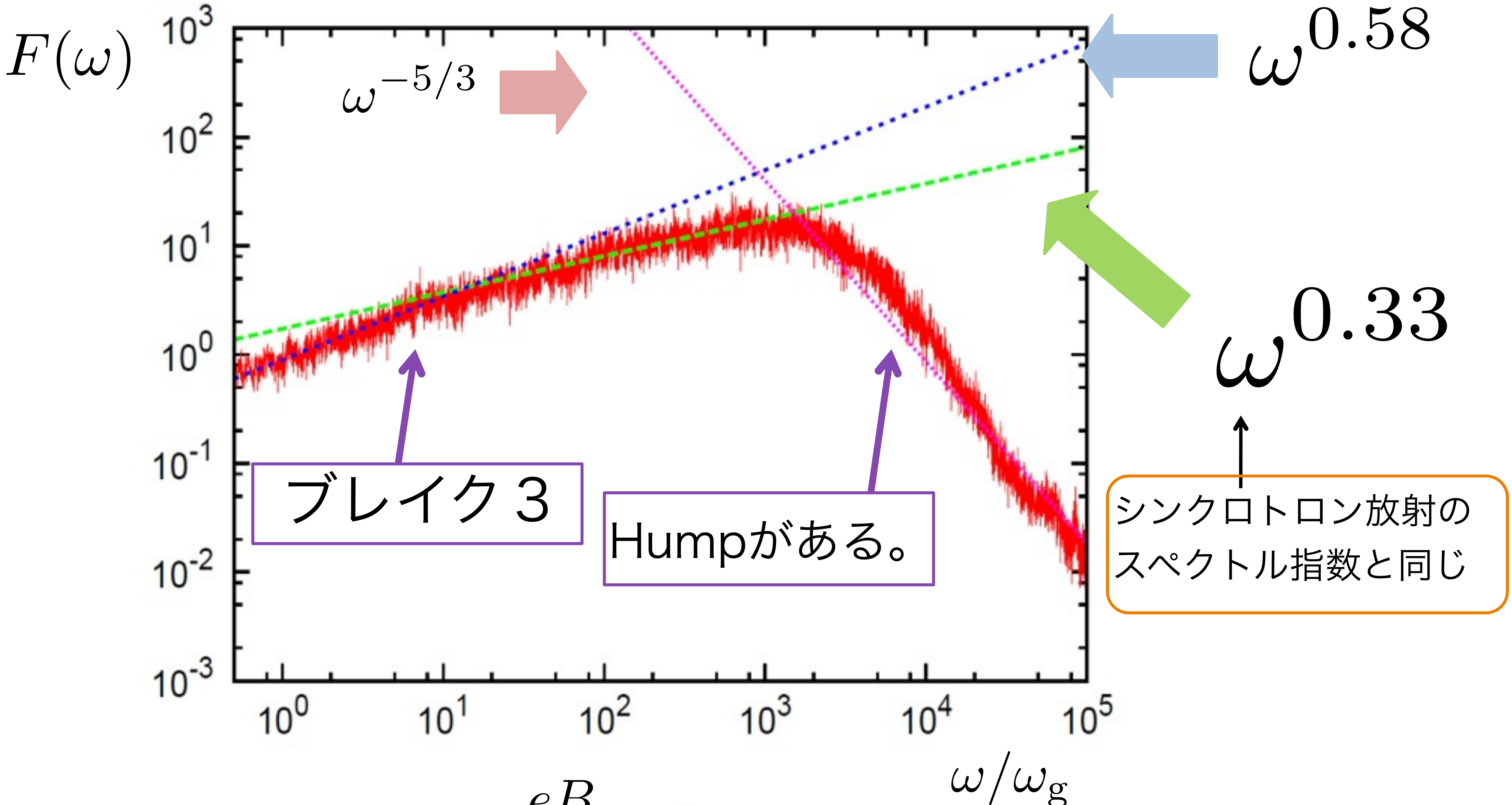


高波数 $\longleftrightarrow$ 高振動数放射

$B^2(k) \propto k^{-\mu}$ $\quad$ $P(\omega) \propto \omega^{-\mu}$

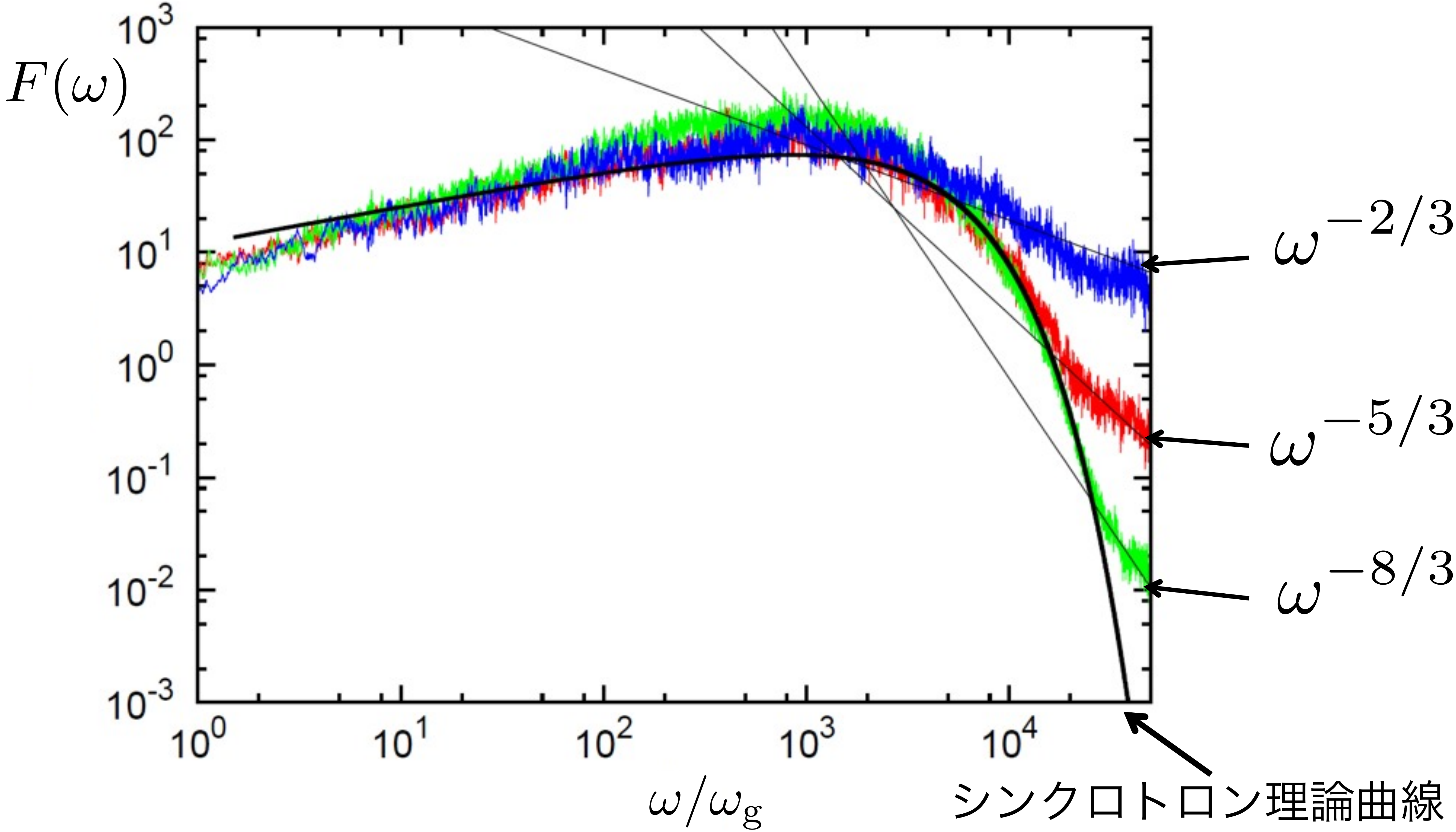
直線近似の破れ $\longrightarrow$ $P(\omega) \propto \omega^{1/2}$

強度パラメータ $a = 1$ 乱流のべき指数 $\mu = 5/3$



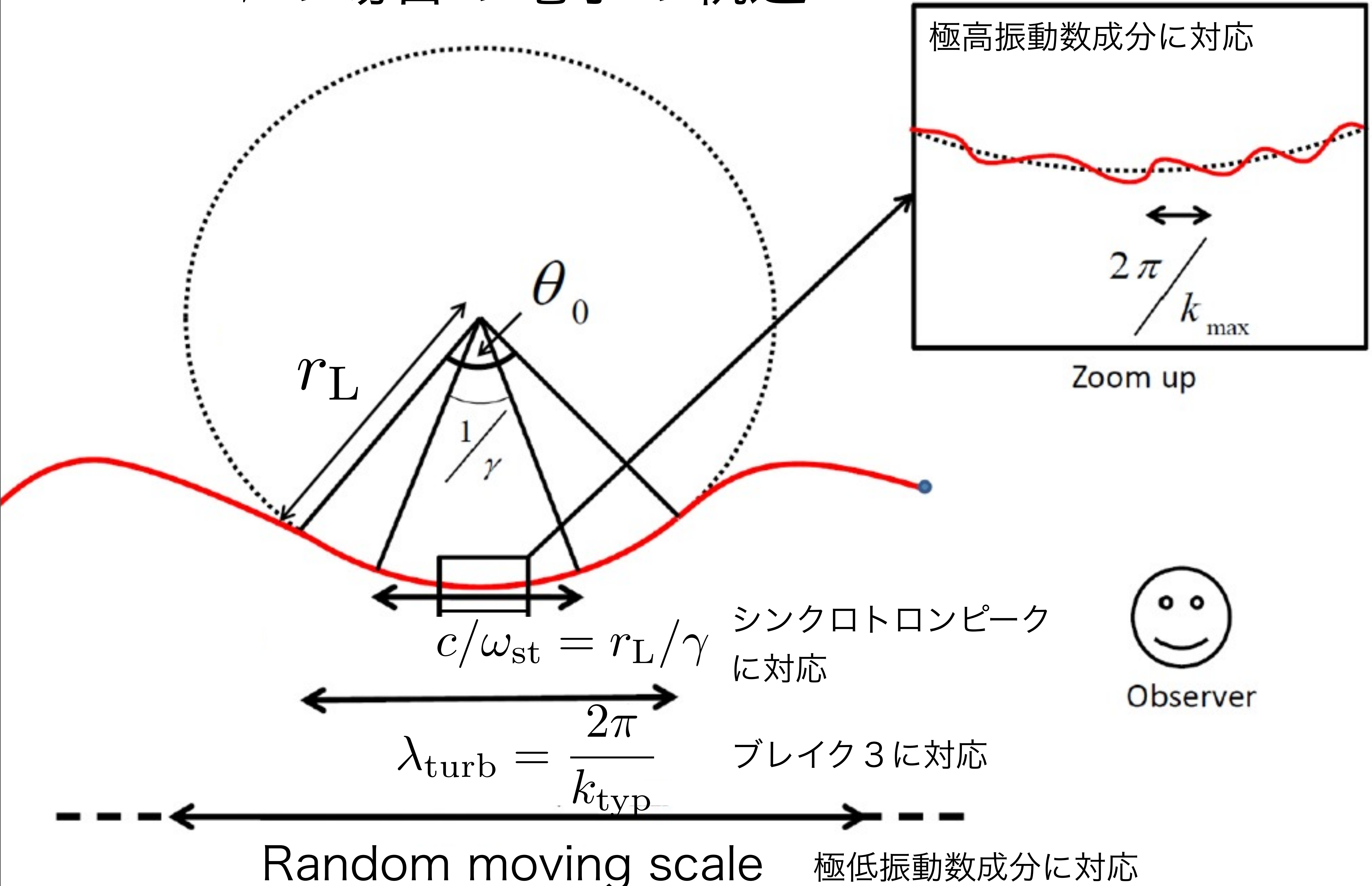
$$\omega_g = \frac{eB}{\gamma mc} = 0.1$$

強度パラメータ $a = 1.2$ 乱流のべき指数 $\mu = 2/3,\ 5/3,\ 8/3$



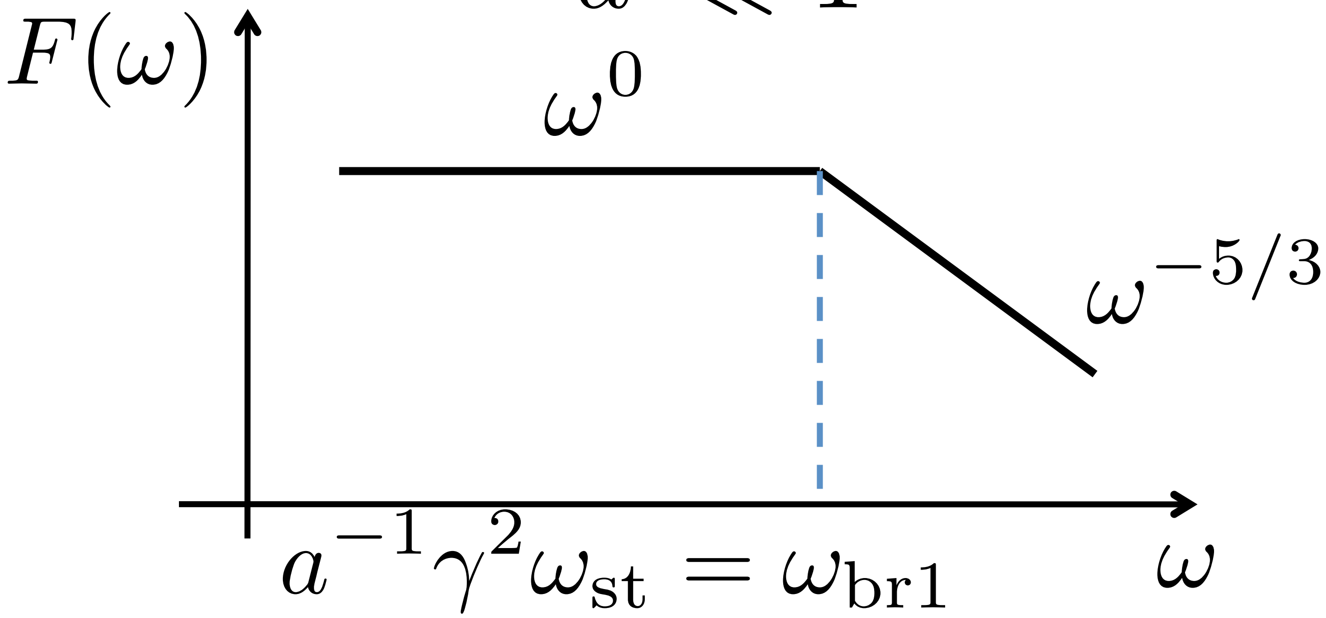
シンクロトロンの特徴＋ジッター放射の特徴

$1 < a < \gamma$ の場合の電子の軌道

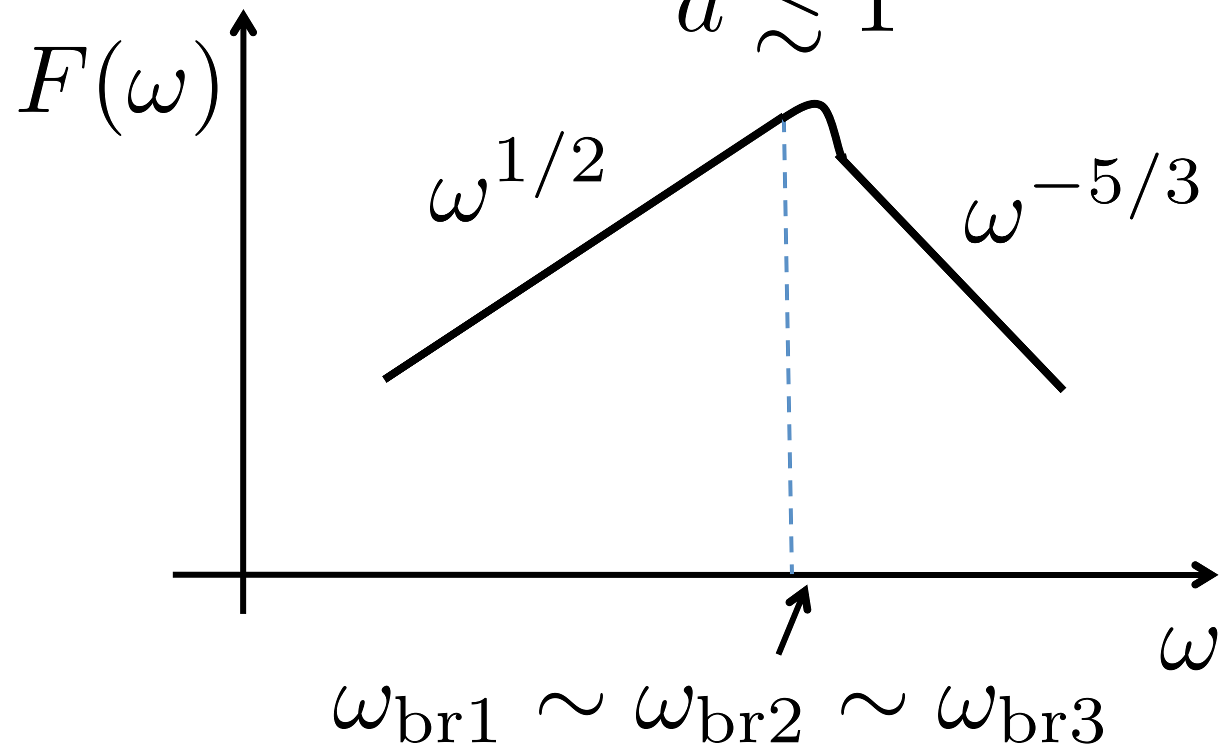


スペクトル形状のまとめ（磁場乱流）

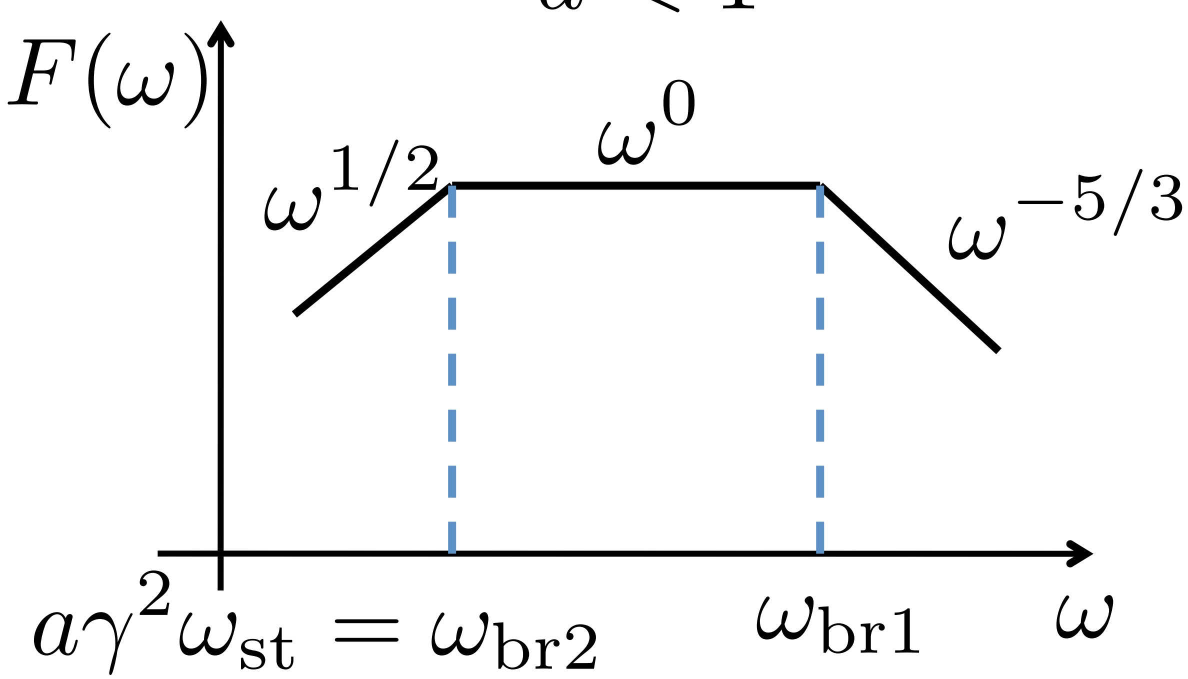
$a \ll 1$



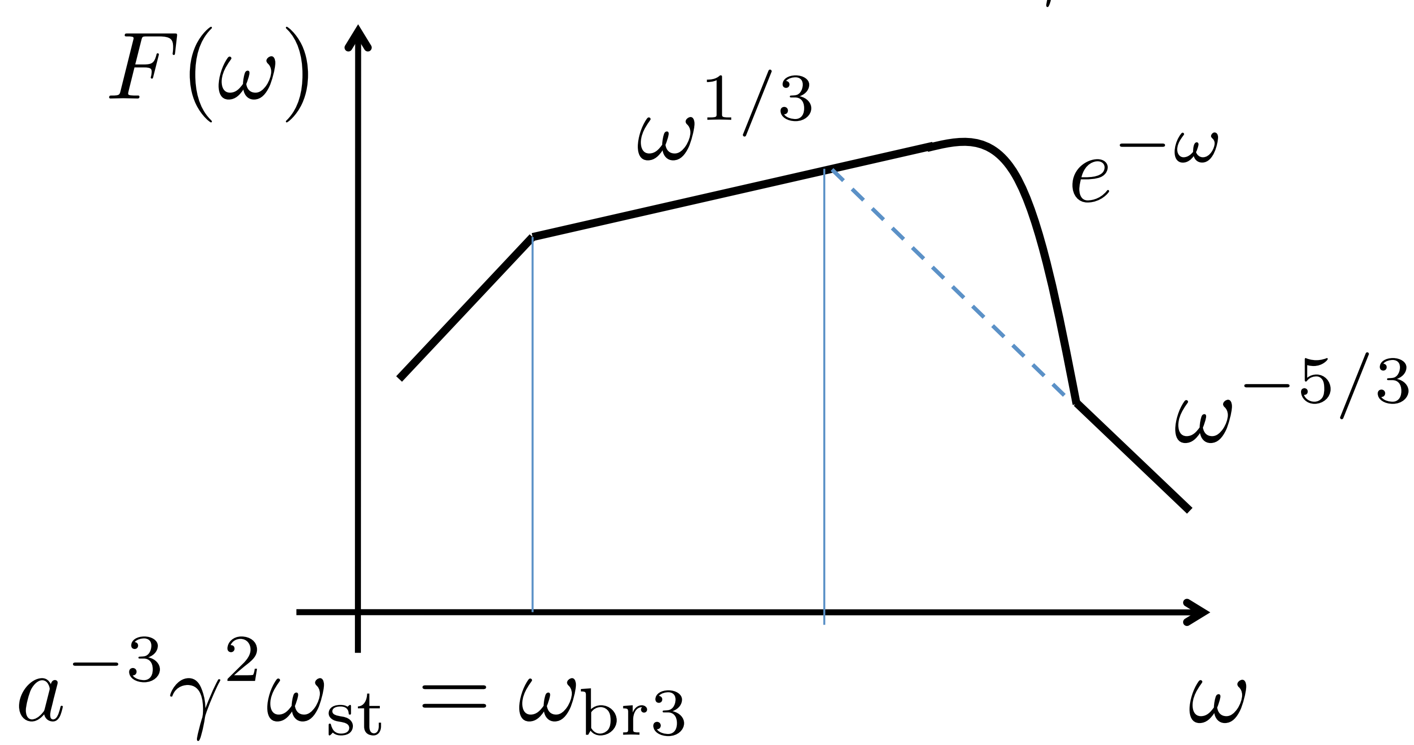
$a \lesssim 1$



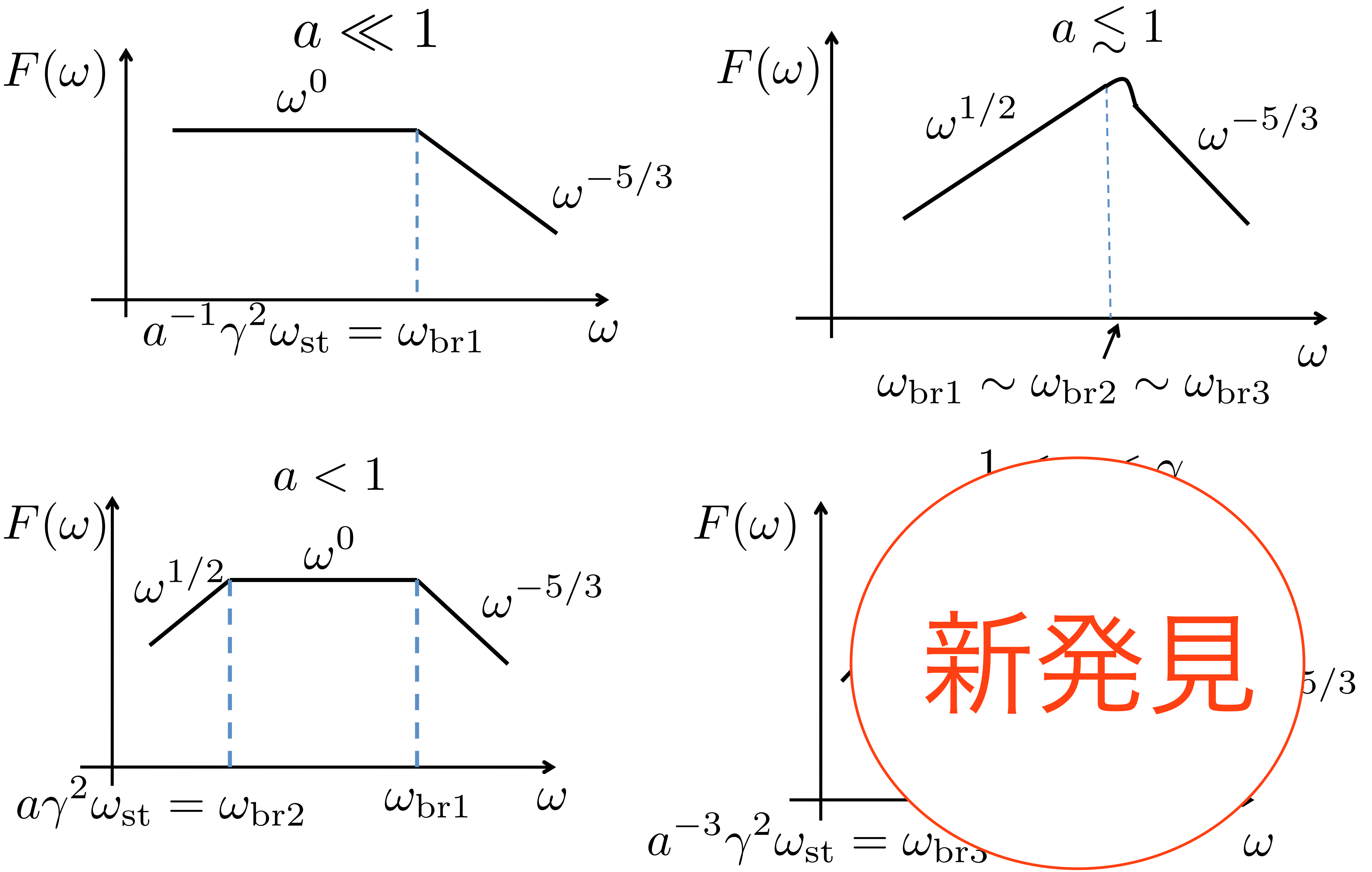
$a < 1$



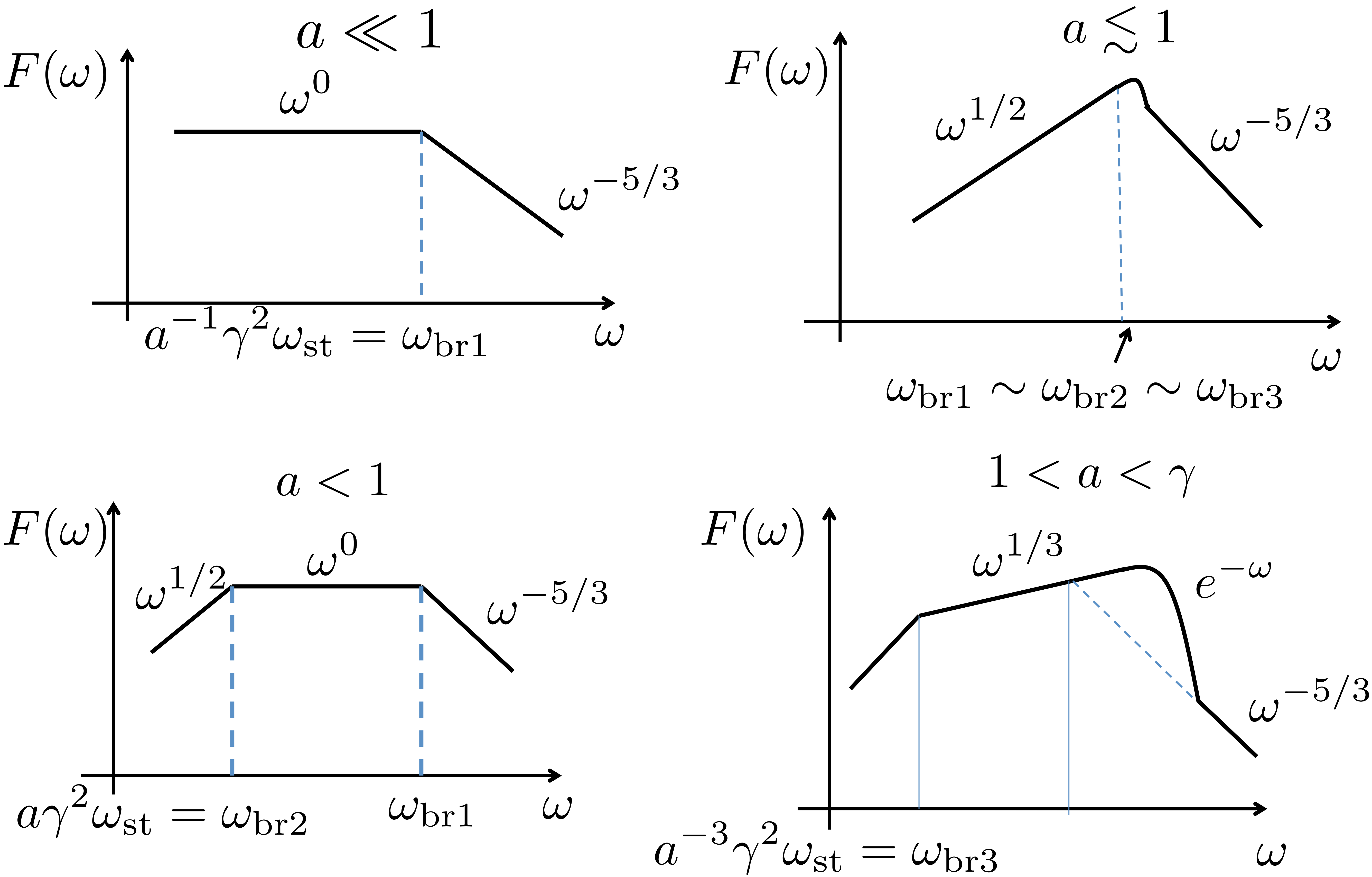
$1 < a < \gamma$



スペクトル形状のまとめ（磁場乱流）



スペクトル形状のまとめ（磁場乱流）



ラングミュア乱流

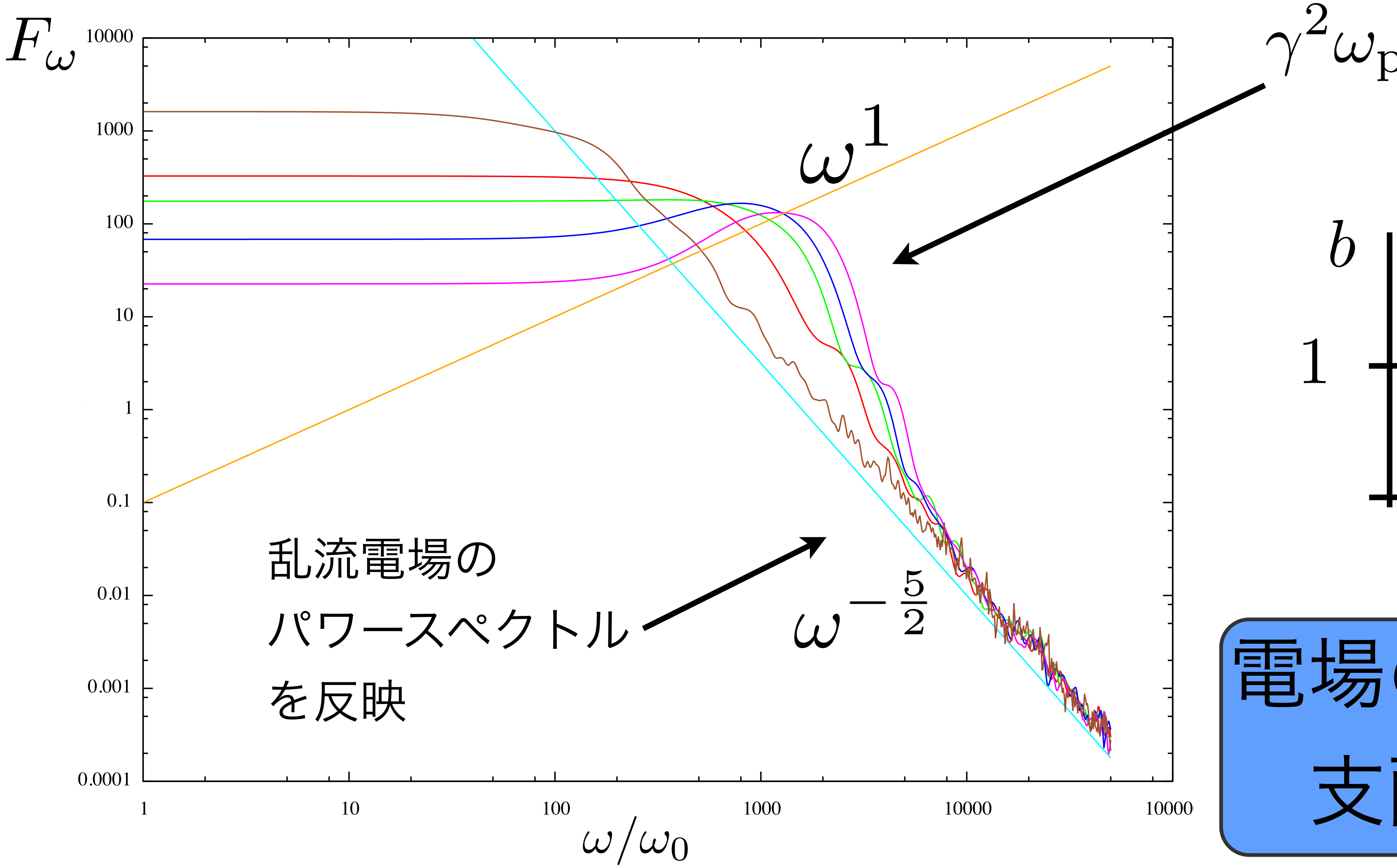
パラメータは

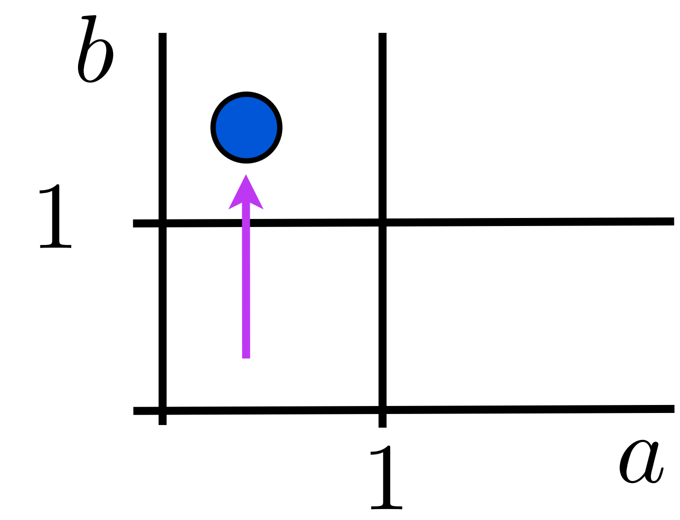
$$a \equiv \frac{e\sigma}{mc^2 k_{\mathrm{typ}}} = \frac{\omega_{\mathrm{st}}}{\omega_0}$$

$$b \equiv \frac{\omega_{\mathrm{p}}}{k_{\mathrm{typ}} c} = \frac{\omega_{\mathrm{p}}}{\omega_0}$$

の両方

$$a = \frac{\omega_{\mathrm{st}}}{\omega_0} = 10^{-2} \quad b = \frac{\omega_{\mathrm{p}}}{\omega_0} = 0.1, 1, 5, 7, 10 \quad \mu = 5/2$$





電場の時間変動が
支配的な場合

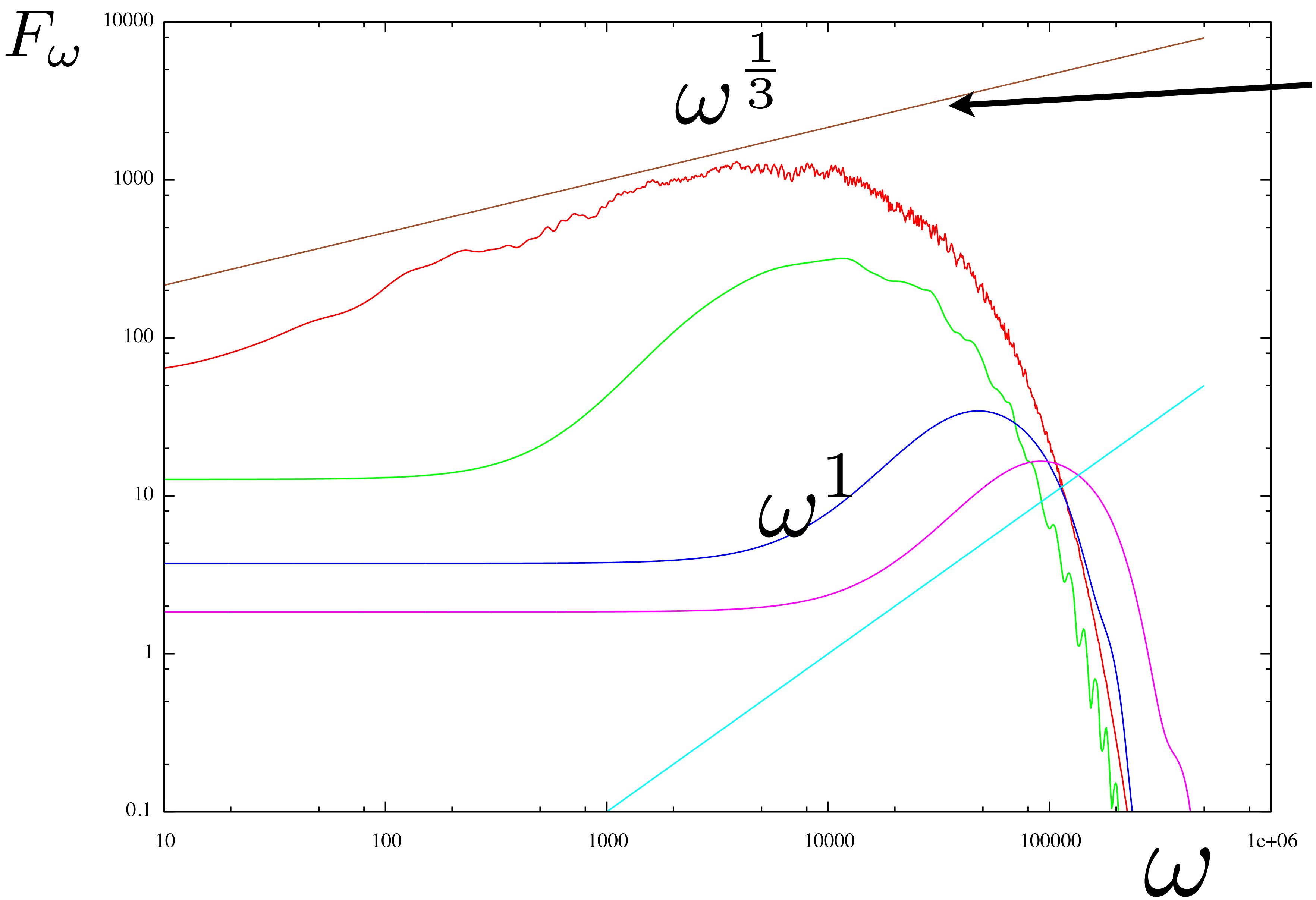
典型的振動数

$$\omega_{\mathrm{typ}} = \gamma^2 \omega_{\mathrm{p}}$$

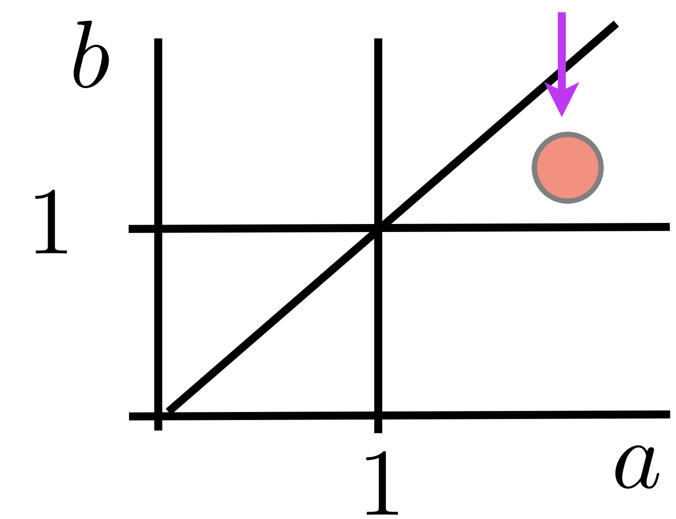
スペクトル指数

$$F_\omega \propto \omega^1$$

計算結果2　$a = 100, b = 20, 90, 400, 800$



明らかにソフト
になっている。



電場強度が
支配的な場合

典型的振動数は

$$\omega_{\mathrm{typ}} = \gamma^2 \omega_{\mathrm{st}}, (> \gamma^2 \omega_{\mathrm{p}})$$

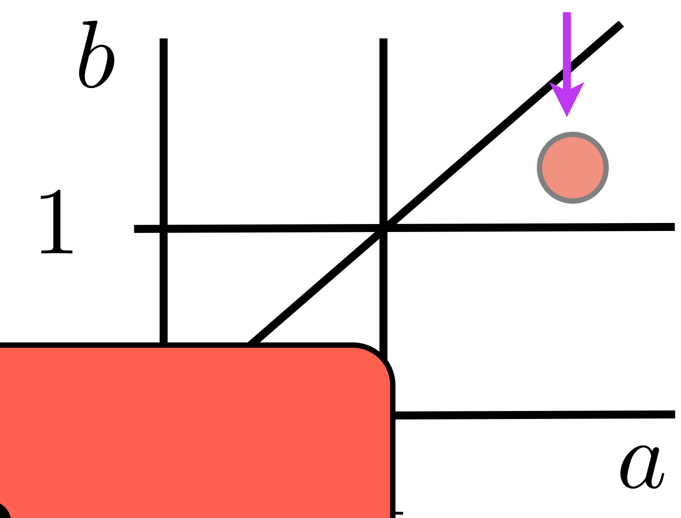
スペクトル指数

$$F_\omega \propto \omega^{\frac{1}{3}}$$

計算結果2 a $= 20, 90, 400, 800$

新発見

明らかにソフトになっている。



Wiggler Radiation
in Langmuir turbulemce
略してWRL

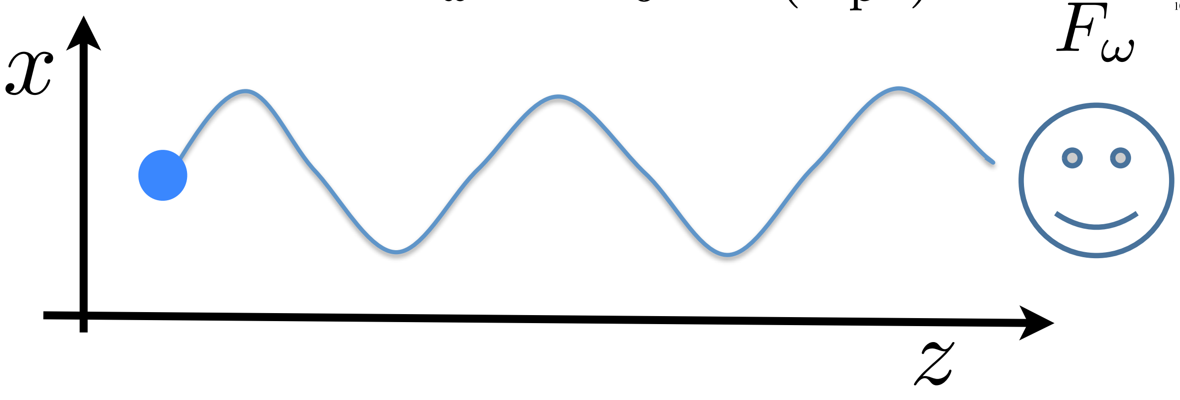
強度が
な場合

典 数

$$\omega_{\mathrm{typ}} = \gamma^2 \omega_{\mathrm{st}}, (> \gamma^2 \omega_{\mathrm{p}}) \qquad F_\omega \propto \omega^{\frac{1}{3}}$$

ピーク振動数の起源（$a > b > 1$）

振動電場 $E_x = E_0 \cos(\omega_{\rm p} t)$

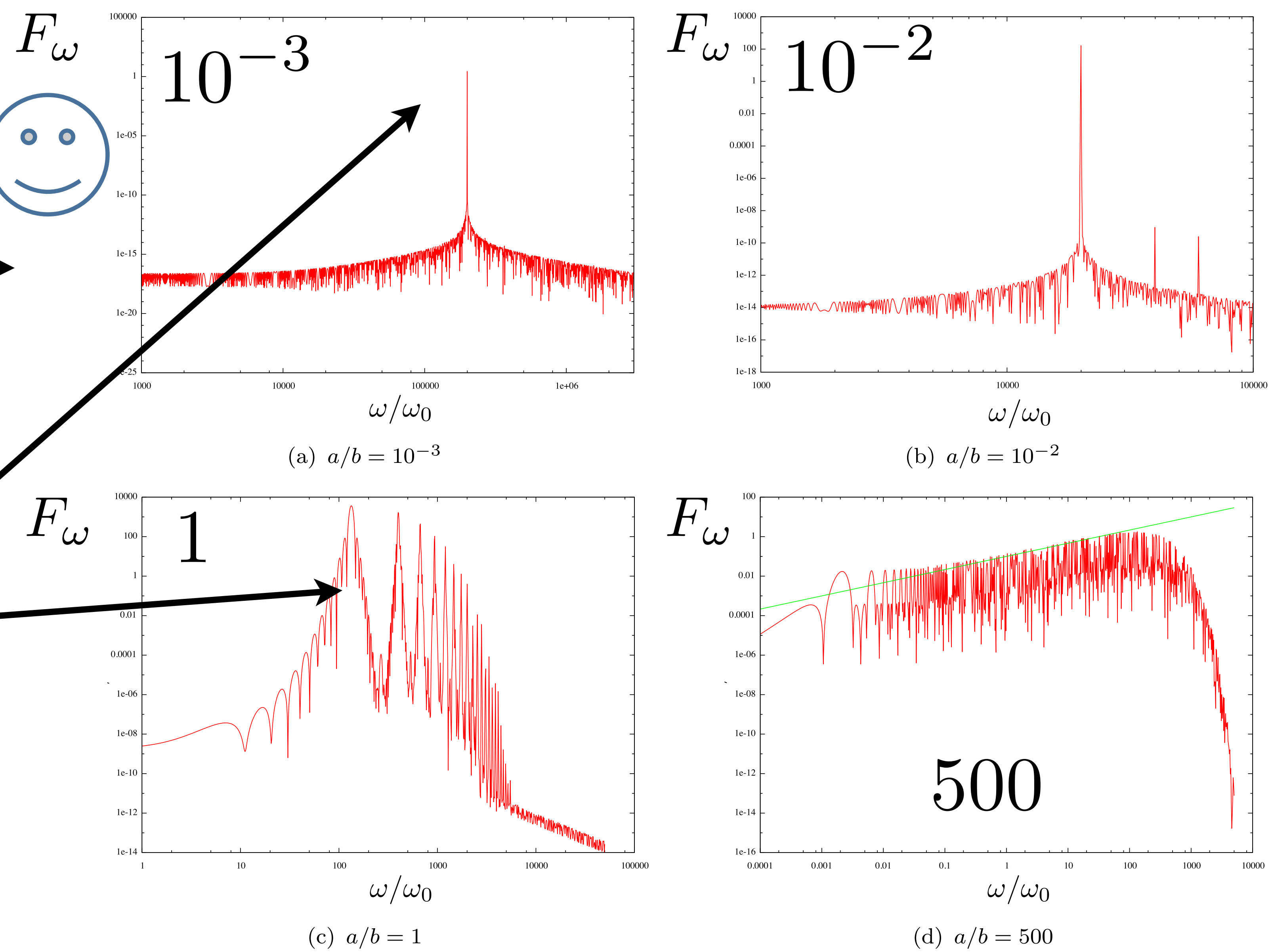


$$\frac{a}{b} = \frac{eE_0}{mc\omega_{\rm p}} \equiv \eta$$

$$k_{\rm typ} = 0$$

$$\bar{\gamma}^2 \omega_{\rm p}$$

$\bar{\gamma}$ 平均速度に対応した
ローレンツ因子



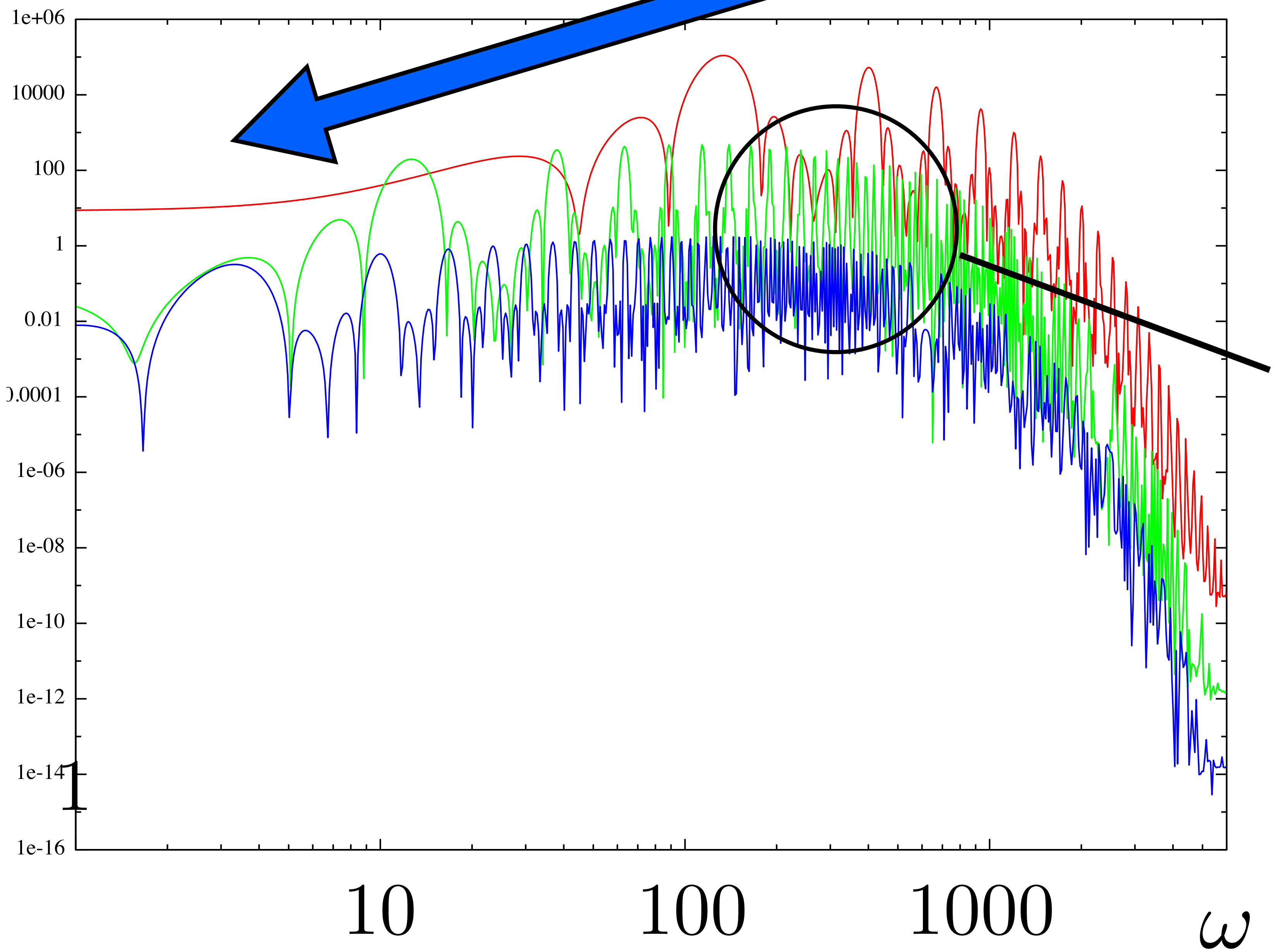
(a) $a/b = 10^{-3}$　(b) $a/b = 10^{-2}$　(c) $a/b = 1$　(d) $a/b = 500$

➡ 高調波が発生している。

$\omega_{\rm st}=1$ $\omega_{\rm p}=1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{5}$ のスペクトル $(\eta=1,3,5)$

F_ω

下がって行く $2\bar{\gamma}^2\omega_{\rm p}=133,\ 12,\ 3$



変わらない

$\gamma_{\rm init}^2\omega_{\rm st}=100$

ピーク振動数は

$\boxed{\gamma^2\omega_{\rm st}}$

ピークが変わる理由：平均静止系

軌道

$$x' = \frac{c}{\sqrt{\alpha}\omega_{\mathrm{p}}} \underline{\cos\theta}$$

$$z' = \sqrt{\frac{\beta_{\mathrm{init}}^2 \eta^2}{32(2+\beta_{\mathrm{init}}^2\eta^2)}} \frac{c}{\sqrt{\alpha}\omega_{\mathrm{p}}} \underline{\sin 2\theta,}$$

８の字軌道

ここで $\theta = \omega_{\mathrm{p}} t = \omega_{\mathrm{p}} \bar{\gamma}(t' + \frac{\bar{\beta}}{c} z').$

$$\alpha \equiv \left(\frac{\gamma_{\mathrm{init}}}{\eta}\right)^2$$

ローレンツ因子

$\eta \ll 1$

$$\gamma'_{\mathrm{max}} = 1 + \frac{\eta^2}{2}.$$

$\eta \gg 1$

$$\gamma'_{\mathrm{max}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\eta.$$

$\eta \ll 1$ 非相対論的

$\eta \gg 1$ 相対論的

$$\eta \equiv \frac{a}{b} = \frac{eE_0}{mc\omega_{\mathrm{p}}}$$

ピークが変わる理由：平均静止系

ローレンツ因子

$\eta \ll 1$

$$\gamma'_{\mathrm{max}} = 1 + \frac{\eta^2}{2}.$$

$\eta \gg 1$

$$\gamma'_{\mathrm{max}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\eta.$$

$\eta \ll 1$ 非相対論的

$\eta \gg 1$ 相対論的

$$\eta \equiv \frac{a}{b} = \frac{eE_0}{mc\omega_{\mathrm{p}}}$$

ピークが変わる理由：平均静止系

ローレンツ因子

$\eta \ll 1$

$$\gamma'_{\rm max} = 1 + \frac{\eta^2}{2}.$$

$\eta \gg 1$

$$\gamma'_{\rm max} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\eta.$$

$\eta \ll 1$ 非相対論的

$\eta \gg 1$ 相対論的

$$\eta \equiv \frac{a}{b} = \frac{eE_0}{mc\omega_{\rm p}}$$

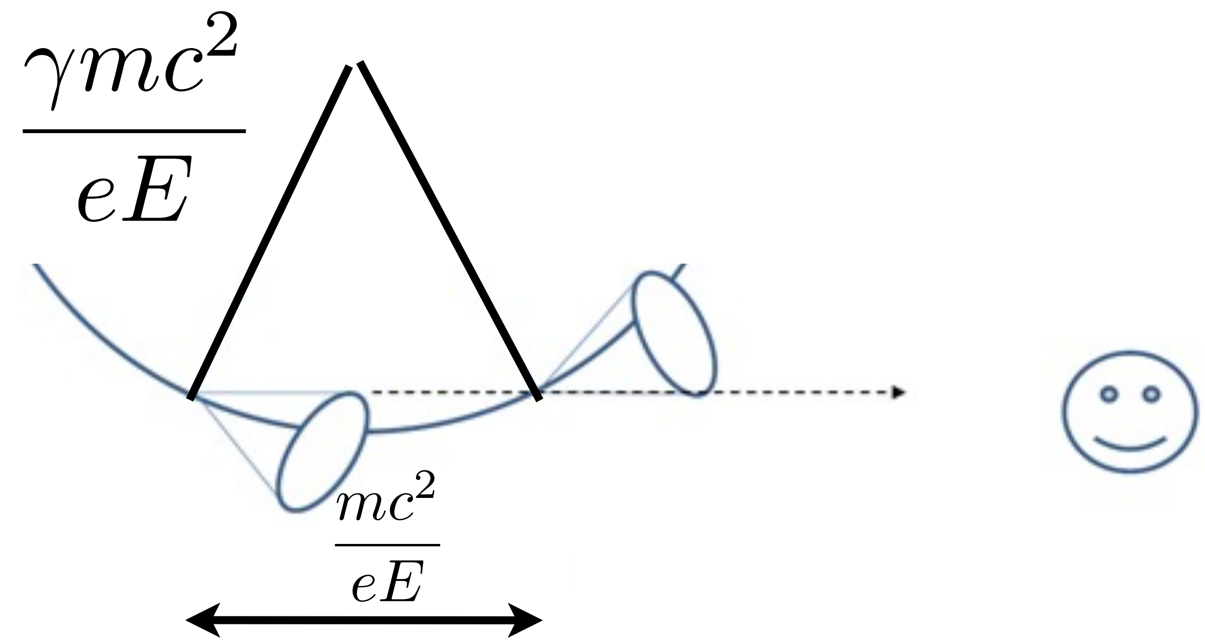
平均静止系での多重極放射を

ドップラーブーストしたものがピーク

物理的解釈:観測者系

典型的振動数は

$$(1-\frac{v}{c})\frac{1}{\frac{mc^2}{eE}\frac{1}{c}} \sim \gamma^2\omega_{\mathrm{st}}$$



$\omega_{\mathrm{st}} > \omega_{\mathrm{p}}$ の状況で

$1/\omega_{\mathrm{st}}$ のタイムスケールで

円軌道とする近似が使えると考えられる

乱流電場において

この近似が使える妥当性を

考察する。

縦加速と横加速

運動方程式 $$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\left[\gamma\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\gamma^3}{c^2}\left(\vec{v}\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}\right)\vec{v}\right]$$

$$\vec{v} \parallel \frac{d\vec{v}}{dt} \longrightarrow \vec{F} = m\gamma^3\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} \perp \frac{d\vec{v}}{dt} \longrightarrow \vec{F} = m\gamma\frac{d\vec{v}}{dt}$$

慣性が γ^2 倍違う！

つまり等方的乱流ならば主に横に曲がる。

⇒ 電場でも磁場の場合に近い運動になる。

$$P = \frac{2e^2}{3c^3}\gamma^4\left[\left(\frac{dv_\perp}{dt}\right)^2 + \gamma^2\left(\frac{dv_\parallel}{dt}\right)^2\right]$$

$$\frac{F}{m\gamma} \qquad \frac{F}{m\gamma^3}$$

パワーも
γ^2 倍違う。

エネルギー変化と結論

$$\Delta E = e\vec{E}\cdot\vec{v}\Delta t$$

シンクロトロン的PFT

$$\Delta t = 1/\omega_{\rm st}$$

エネルギー

電場

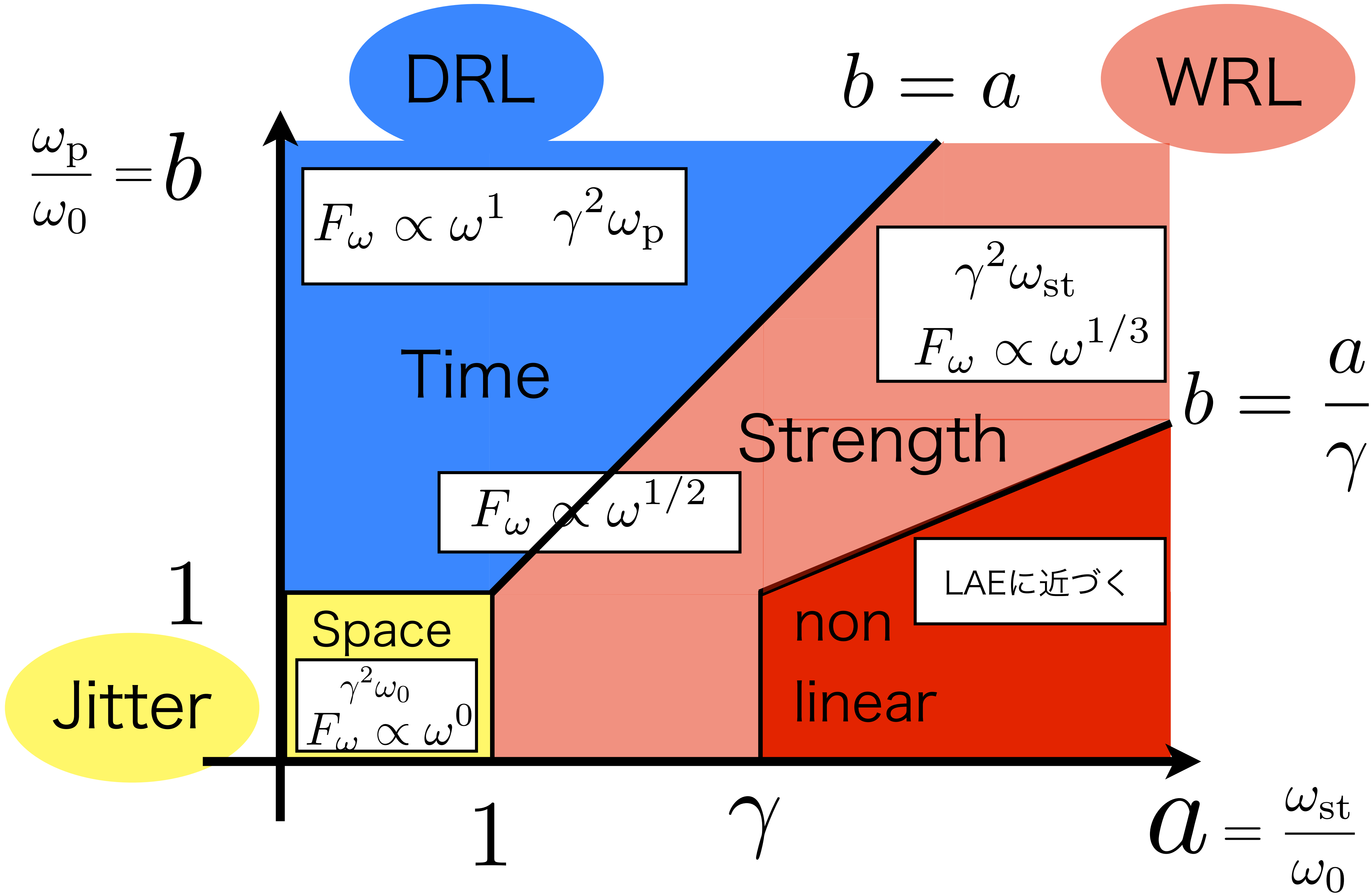
$$\Delta E \lesssim eEc \times \frac{mc}{eE} = mc^2$$

つまり γ にして1も変わらない

結論： ある時刻 t での γ を用いて

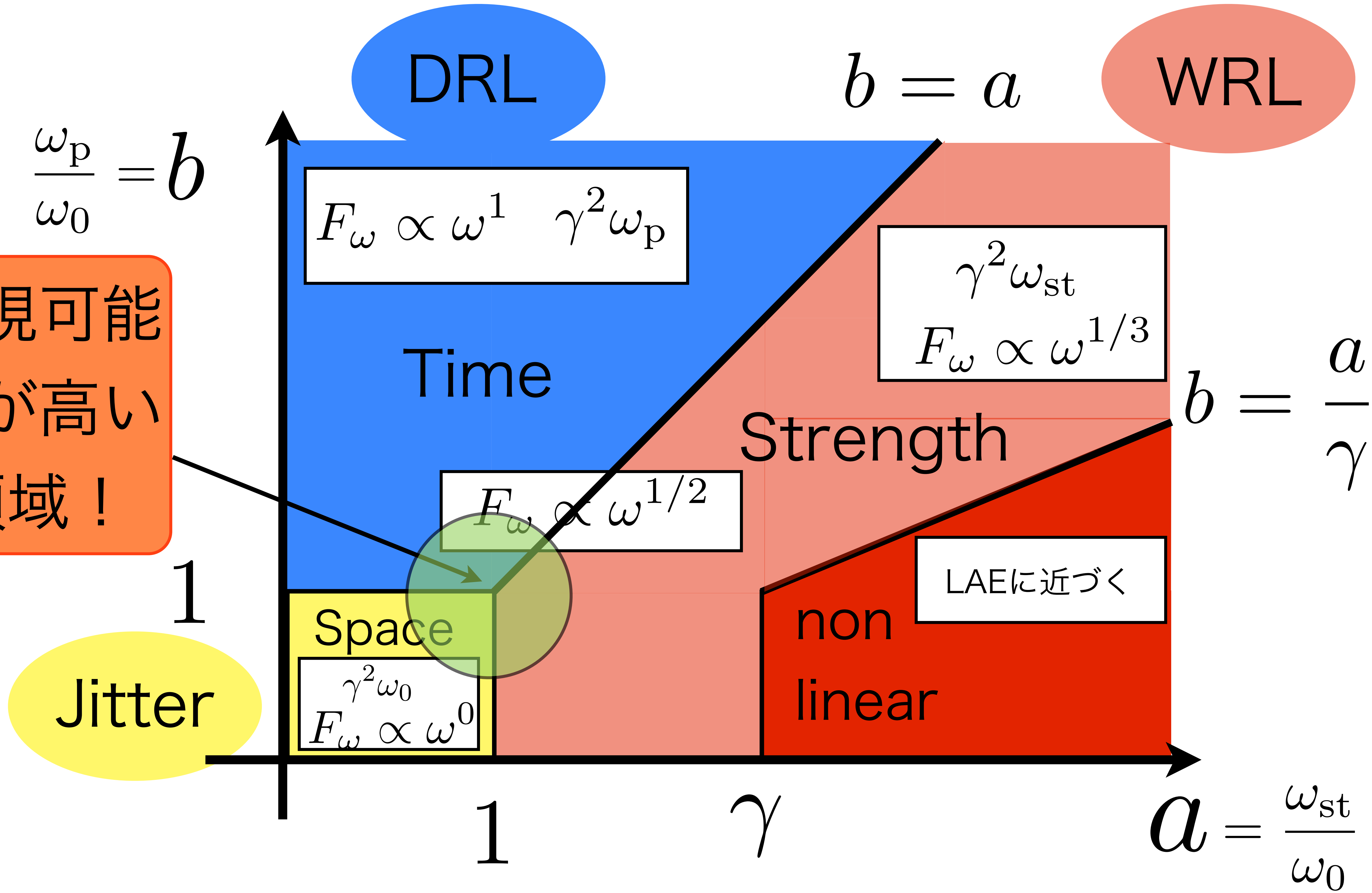
典型的振動数は $\gamma^2\omega_{\rm st}$ と書ける。

スペクトルチャート



DRL
WRL
$b = a$
$\frac{\omega_p}{\omega_0} = b$
$F_\omega \propto \omega^1 \quad \gamma^2\omega_p$
$\gamma^2\omega_{st}$
$F_\omega \propto \omega^{1/3}$
Time
$b = \frac{a}{\gamma}$
Strength
$F_\omega \propto \omega^{1/2}$
LAEに近づく
1
Space
non
linear
Jitter
$\gamma^2\omega_0$
$F_\omega \propto \omega^0$
1
γ
$a = \frac{\omega_{st}}{\omega_0}$

スペクトルチャート

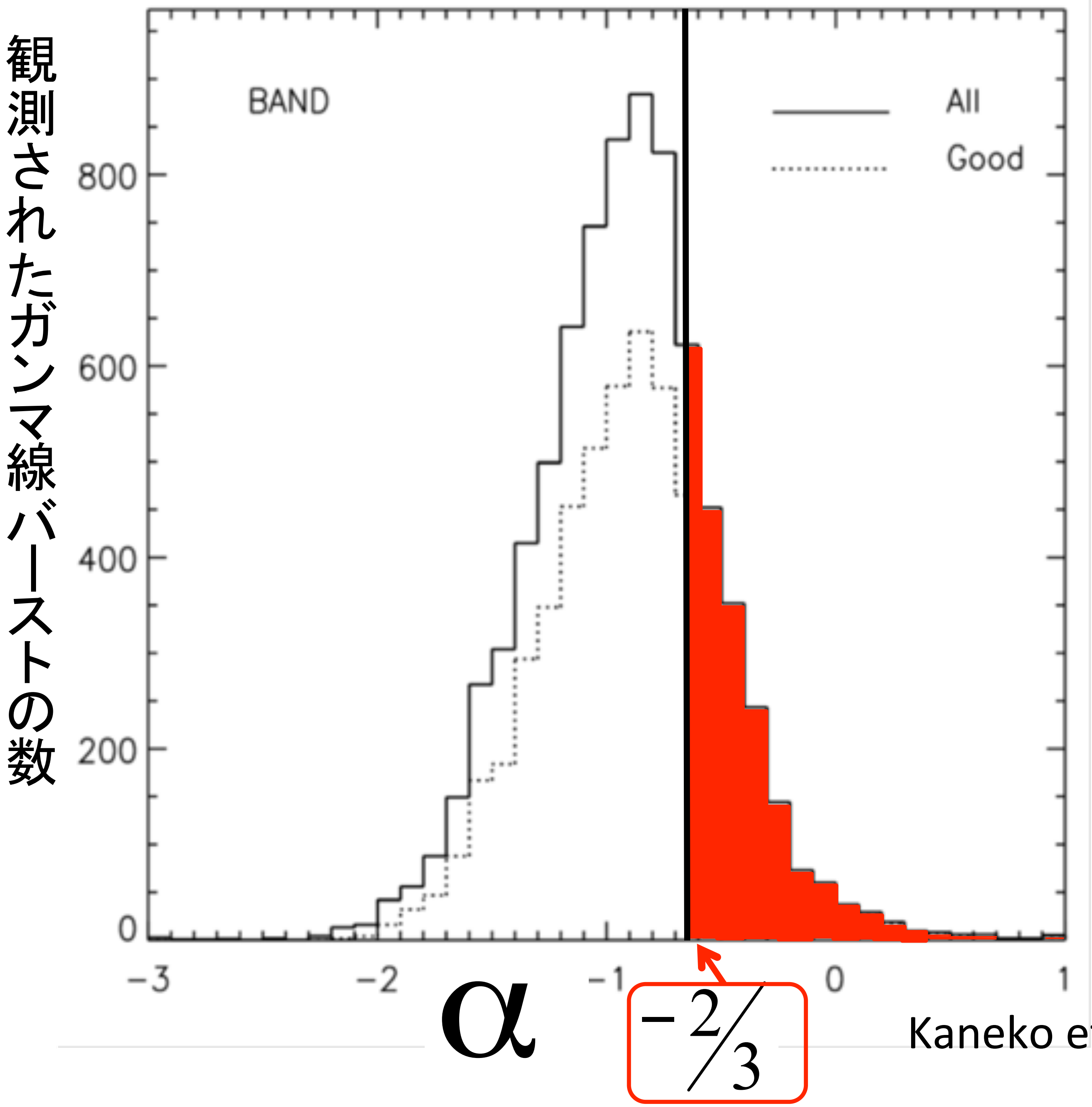


DRL
WRL
$b = a$
$\frac{\omega_p}{\omega_0} = b$
$F_\omega \propto \omega^1 \quad \gamma^2\omega_p$
$\gamma^2\omega_{st}$
$F_\omega \propto \omega^{1/3}$
$b = \frac{a}{\gamma}$
Time
Strength
$F_\omega \propto \omega^{1/2}$
実現可能性が高い領域！
LAEに近づく
1
Space
$\gamma^2\omega_0$
$F_\omega \propto \omega^0$
non linear
Jitter
1
γ
$a = \frac{\omega_{st}}{\omega_0}$

天体への応用

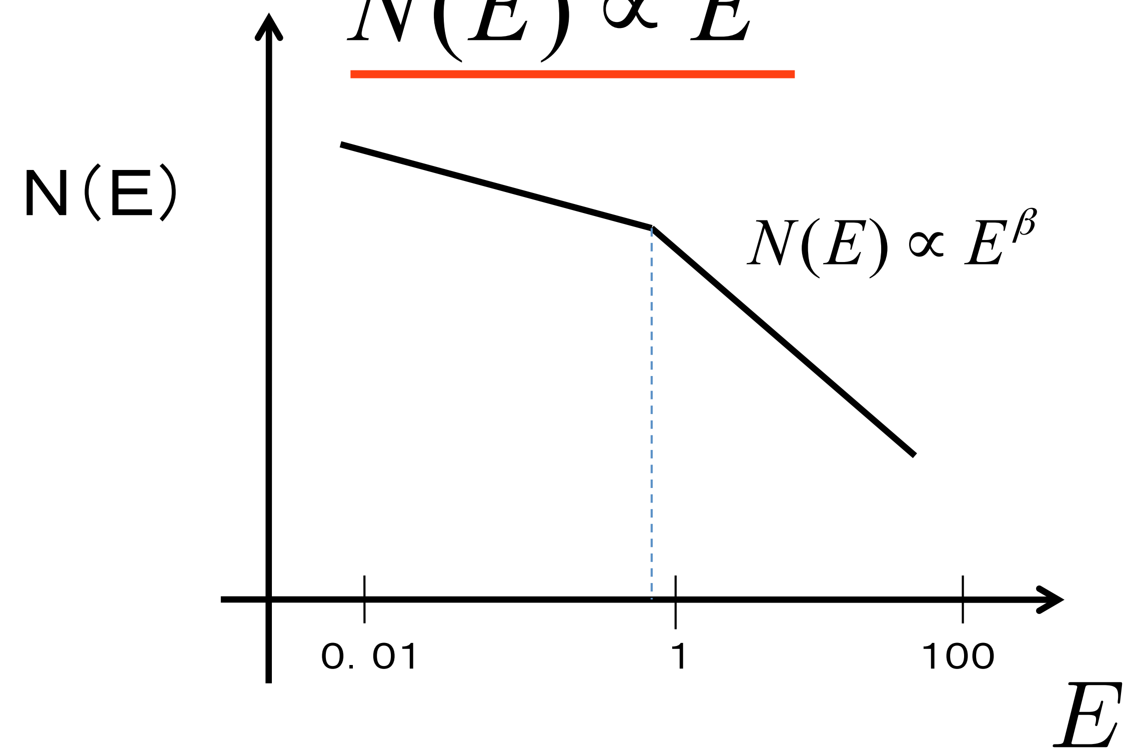
放射スペクトルの応用例

α-distribution



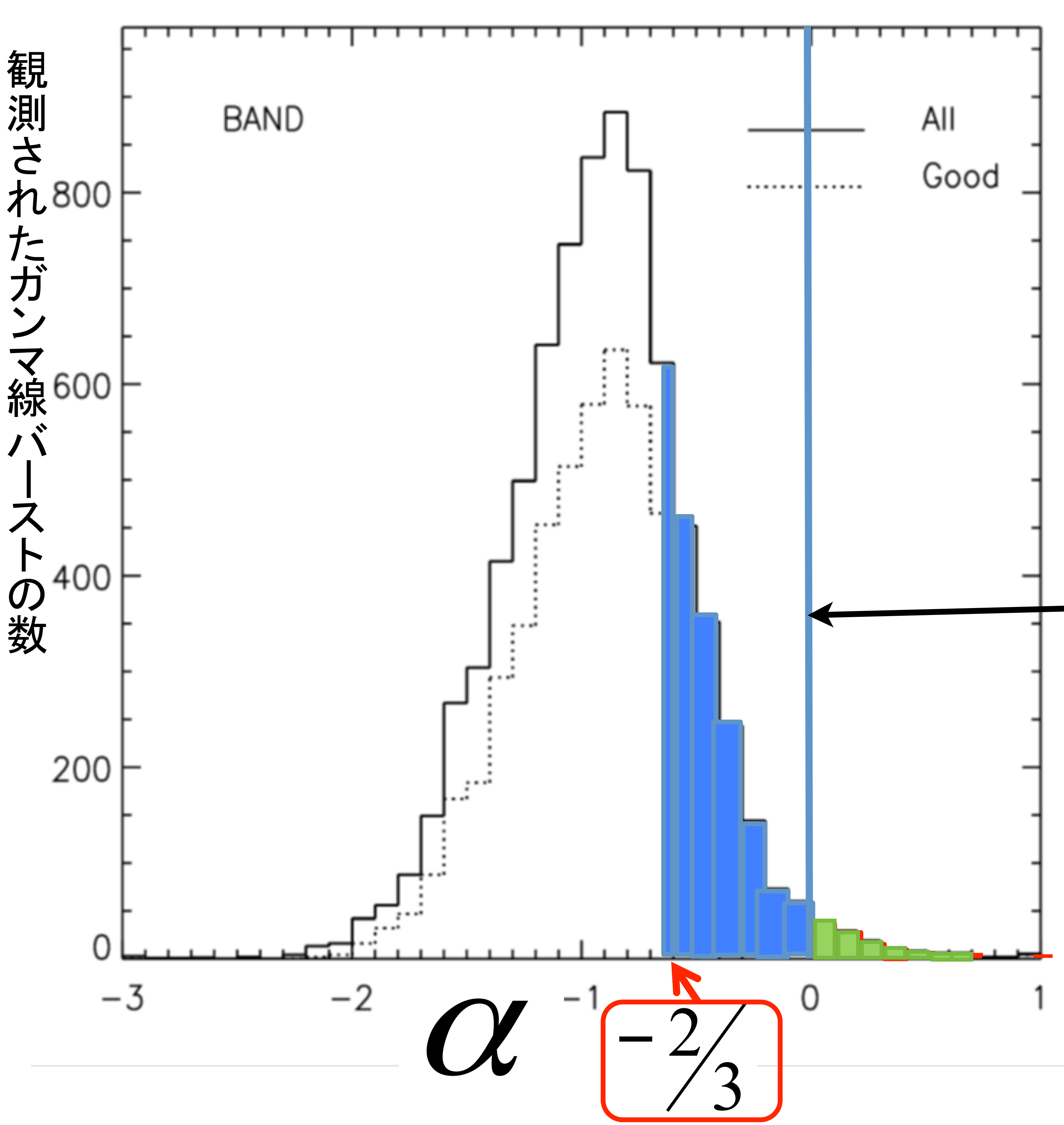
Photon spectrum

$N(E) \propto E^{\alpha}$



Kaneko et al. 2006

放射スペクトルの応用例



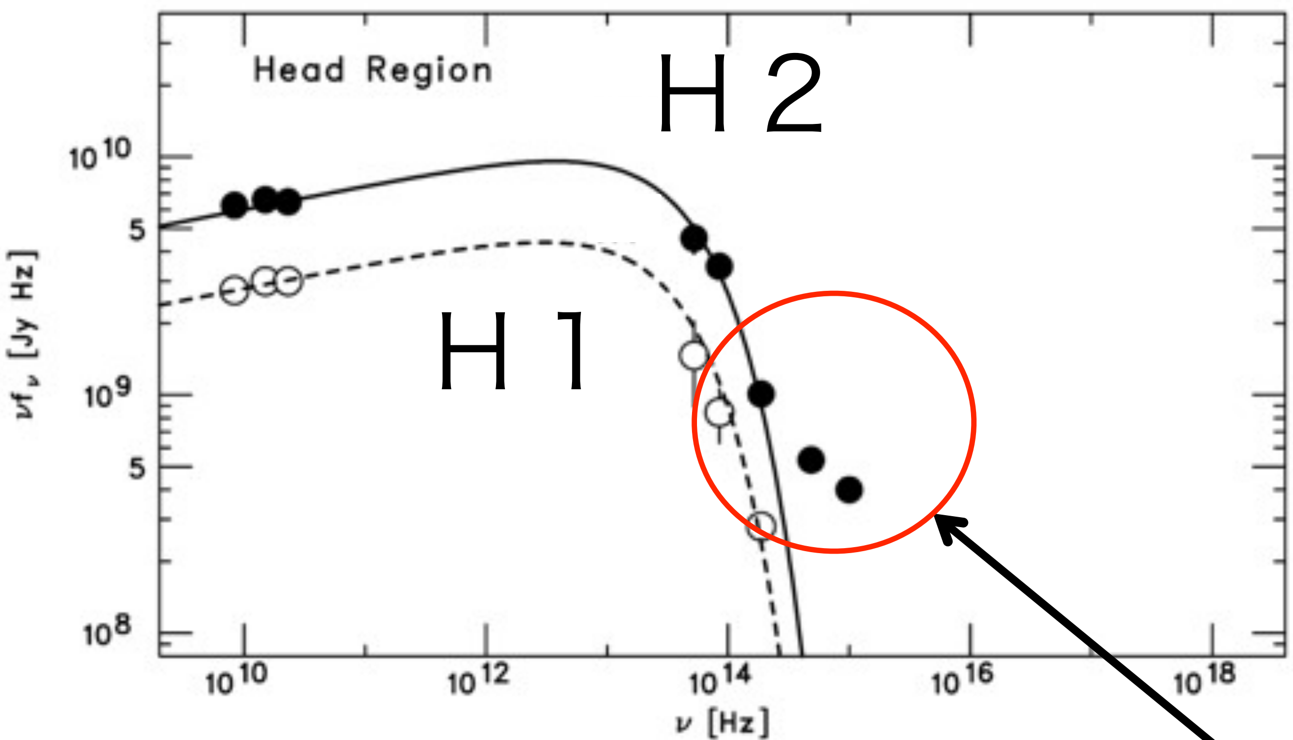
ハードなスペクトルを説明できる可能性がある。

0

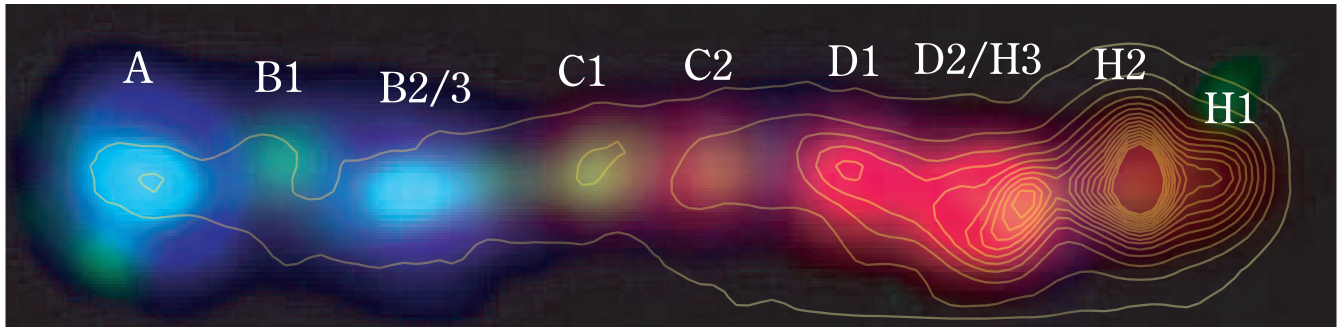
* 原理的には $\gamma^2\omega_\mathrm{p}$ 近傍のみで $F_\omega \propto \omega^3$ まで可能。

Photon index は2

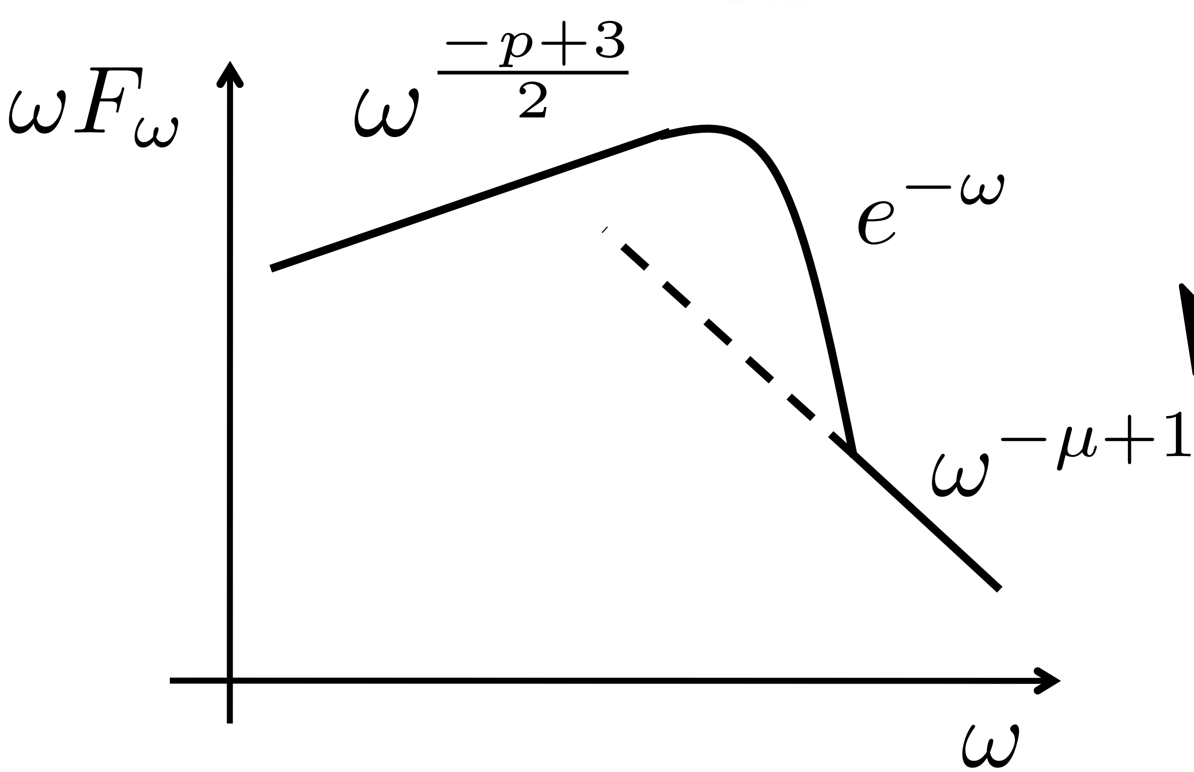
AGNジェット



3C273



Uchiyama et. al. 2006



発見した
スペクトル形状で
説明可能

まとめ

- ジッター放射とシンクロトロン放射の理論をつなぐスペクトル形状を発見し、その解釈も与えた。

まとめ

・ジッター放射とシンクロトロン放射の理論をつなぐ
　スペクトル形状を発見し、その解釈も与えた。

・ラングミュア乱流においては時間変動の効果も
　考慮し、新発見のスペクトル形状を含む一般的な
スペクトル形状のレファレンスチャートを作成した。

まとめ

- ジッター放射とシンクロトロン放射の理論をつなぐスペクトル形状を発見し、その解釈も与えた。

- ラングミュア乱流においては時間変動の効果も考慮し、新発見のスペクトル形状を含む一般的なスペクトル形状のレファレンスチャートを作成した。

- 高エネルギー天体の観測スペクトルは乱流を考慮したこれらの理論スペクトルにより解釈されうる。

宇宙進化グループの皆さん
５年間お世話になりました

宇宙　ん

５　た

おわり

Back up

スペクトル指数と
ブレイク振動数

ブレイク1を少し詳しく。

放射公式

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi c^2}\left|\int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{\vec{n}\times[(\vec{n}-\vec{\beta})\times\dot{\vec{\beta}}]}{(1-\vec{\beta}\cdot\vec{n})^2}\exp\{i\omega(t'-\frac{\vec{n}\cdot\vec{r}(t')}{c})\}\right|^2$$

において、被積分関数の位相の中の $\omega(t-\vec{n}\cdot\int\vec{\beta}(t')dt')$ は

$$\boxed{\langle\vec{\beta}\rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \vec{\beta}(t)dt}$$

$\tau = \lambda/c$ において平均化 ⇒ $\omega\tau(1-\vec{n}\cdot\langle\vec{\beta}\rangle)$ <<1

の時のみ強い放射があり得る。

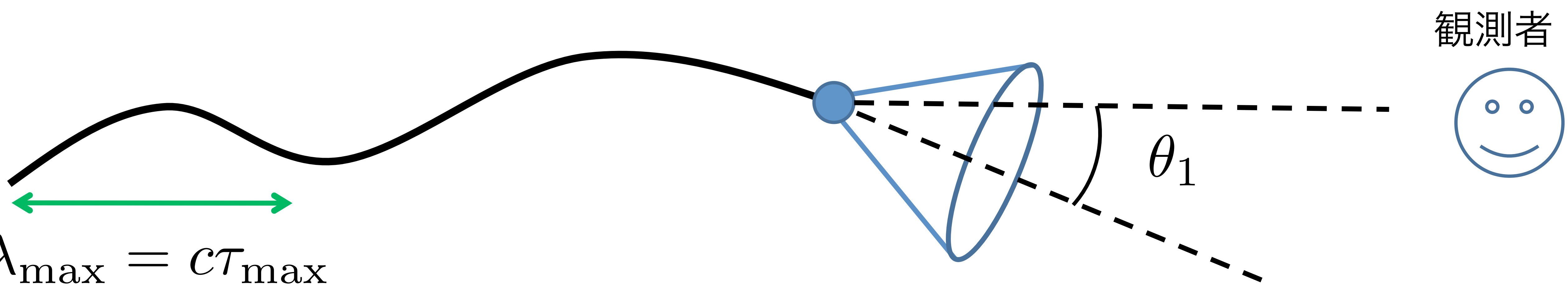
$\omega\tau(1-\vec{n}\cdot<\vec{\beta}>) > 1$ では位相因子が激しく振動し、
パワーは非常に小さくなる。

ブレイク1続き

典型的な波長$\lambda_{\rm max}$で書いた強い放射が出る条件は

$\gamma \gg 1 \quad |\Delta\vec{\beta}| \ll 1$ の時

$\dfrac{\omega\tau_{\rm max}}{2\gamma^2}(1+\gamma^2\theta_1^2) < 1$ と近似できる。



$\lambda_{\rm max} = c\tau_{\rm max}$

$\theta_1 \leq \dfrac{1}{\gamma}$ だから、 $\Rightarrow$ $\boxed{\omega \leq \dfrac{\gamma^2 c}{\lambda_{\rm max}} \sim a^{-1}\gamma^2\omega_{\rm st}}$

ただし $\omega_{\rm st} \equiv \dfrac{e\sigma}{mc}$ とする。

つまり $\Rightarrow$ $\boxed{\omega_{\rm br1} = a^{-1}\gamma^2\omega_{\rm st}}$

$a \ll 1$ における $F(\omega) \propto \omega^0$

放射の公式を

$\omega' = \frac{\omega}{2}(\gamma^{-2} + \theta^2)$ の近似を用いて、角度積分を変数変換

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{e^4}{m^2 c^3 \gamma^2} \int_{1/2\gamma^2}^{\infty} d\left(\frac{\omega'}{\omega}\right) \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 \left(1 - \frac{\omega}{\omega'\gamma^2} + \frac{\omega^2}{2\omega'\gamma^4}\right) \int d\vec{q}\delta(\omega' + \vec{q}\cdot\vec{v}) K(\vec{q}),$$

依存性 $f(|\vec{q}|) = \frac{q^2}{(q_{\mathrm{m}}^2 + q^2)^{\mu/2+2}}.$

$\vec{v} = (v_x, 0, 0)$ を仮定し

$$\int d\vec{q} f(|\vec{q}|)\delta(\omega' + \vec{q}\vec{v}) = \frac{1}{v}\int dq_y dq_z f(q_y^2 + q_z^2 + (\omega'/v)^2),$$

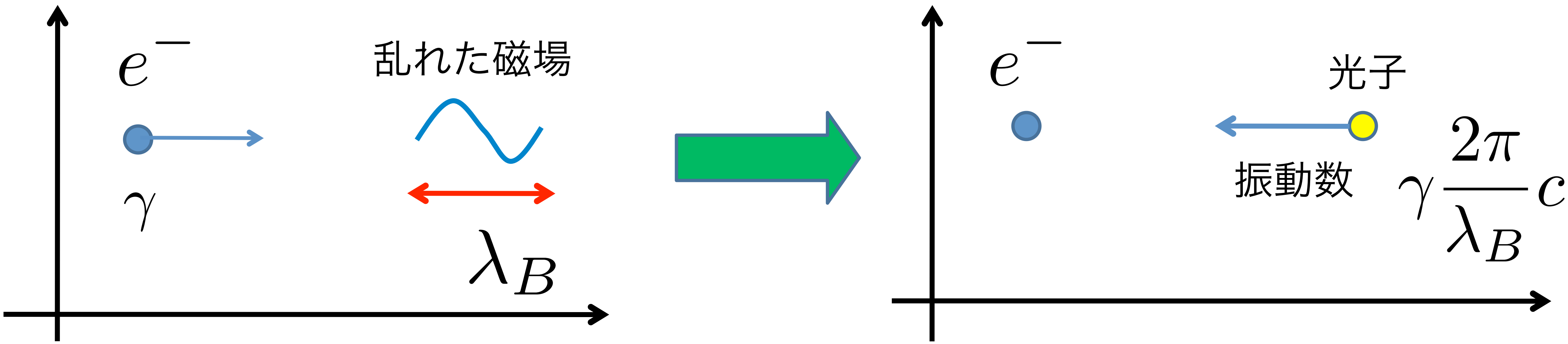
$\omega' \ll q_{\mathrm{m}} c,$ つまり非共鳴の時はこの項は ω' によらなくなり

結果 $F_\omega \propto \omega^0$ となる。

$\vec{k}_{\mathrm{typ}}$ を斜めにはじくと考える。$k_{\mathrm{typ}} \cos\theta = \omega'$

この θ は $\vec{k}_{\mathrm{typ}}$ と $\vec{v}$ のなす角

高振動数側



磁場の静止系　　　　電子の静止系

磁場の静止系で $v \sim c$

電子の静止系では $|\vec{E}| \sim |\vec{B}|$ ⇒ 光子と見なせる

トムソン散乱→放射光子の振動数は

$$\boxed{\omega \sim \gamma^2 \frac{2\pi}{\lambda_B} c = \gamma^2 k c}$$

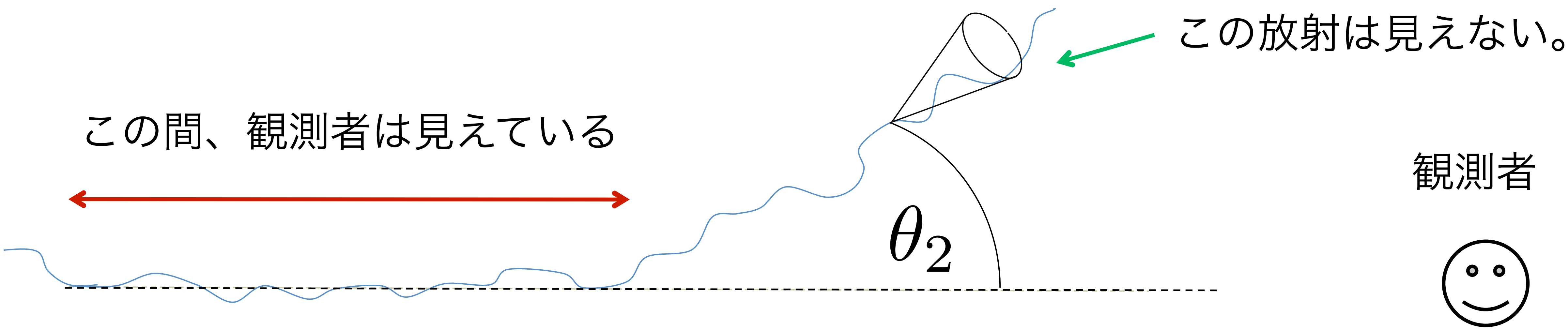
放射強度は加速度の２乗、つまり
磁場強度の２乗に比例

磁場のモードの強度：$\boxed{B^2(k) \propto k^{-5/3}}$

$\omega_{\rm br1}$ より高振動数領域は $F_\omega \propto \omega^{-5/3}$

$a < 1$ における電子の運動

$a \simeq 1$ では見えなくなる効果が無視できなくなる。



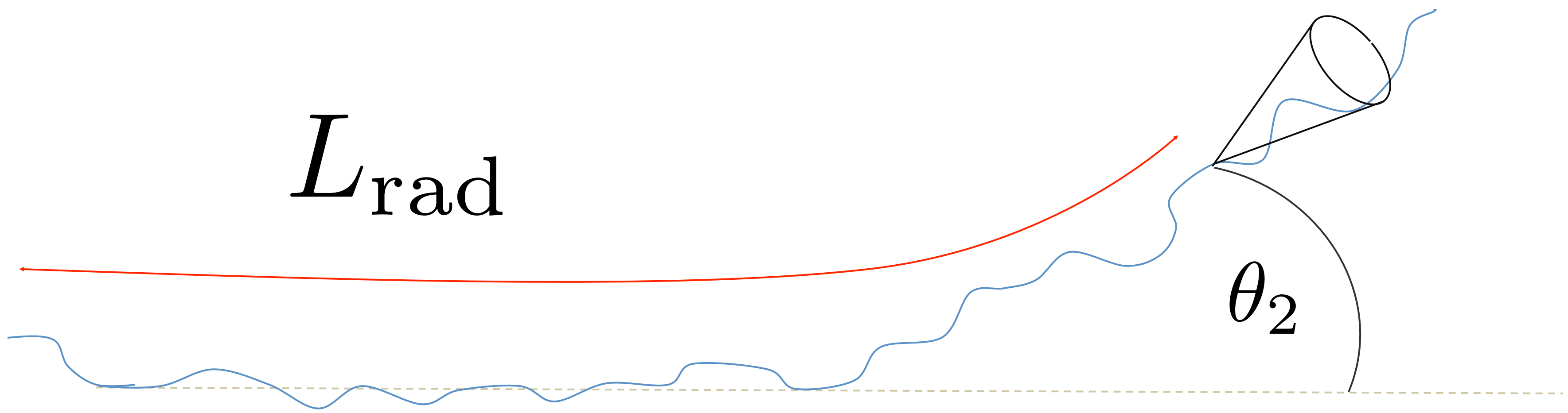
・運動方向と視線方向の間の角度 θ_2 について拡散近似を用いると、
時刻 t に区間 $[\theta_2, \theta_2 + d\theta_2]$ にいる確率は

$$P(\theta_2, t)d\theta_2 \simeq \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp(-\frac{\theta_2^2}{4Dt})d\theta_2$$

と書ける。

一回の典型的スケールの曲がりを円運動近似し、
曲がり角を θ_0 拡散係数を $D = \dfrac{\theta_0^2}{2\tau_{\max}}$ とした。

ブレイク２



L_{rad} の距離に対応する振動数は $\omega \sim \gamma^2 \dfrac{2\pi}{L_{\mathrm{rad}}} c$

一回の曲がりの間走る典型的距離は

$$\frac{\gamma m c^2}{e\sigma}\theta_0 = \lambda_{\mathrm{max}}$$

であり、曲がる回数Nは $N = \dfrac{L_{\mathrm{rad}}}{\lambda_{\mathrm{max}}}$

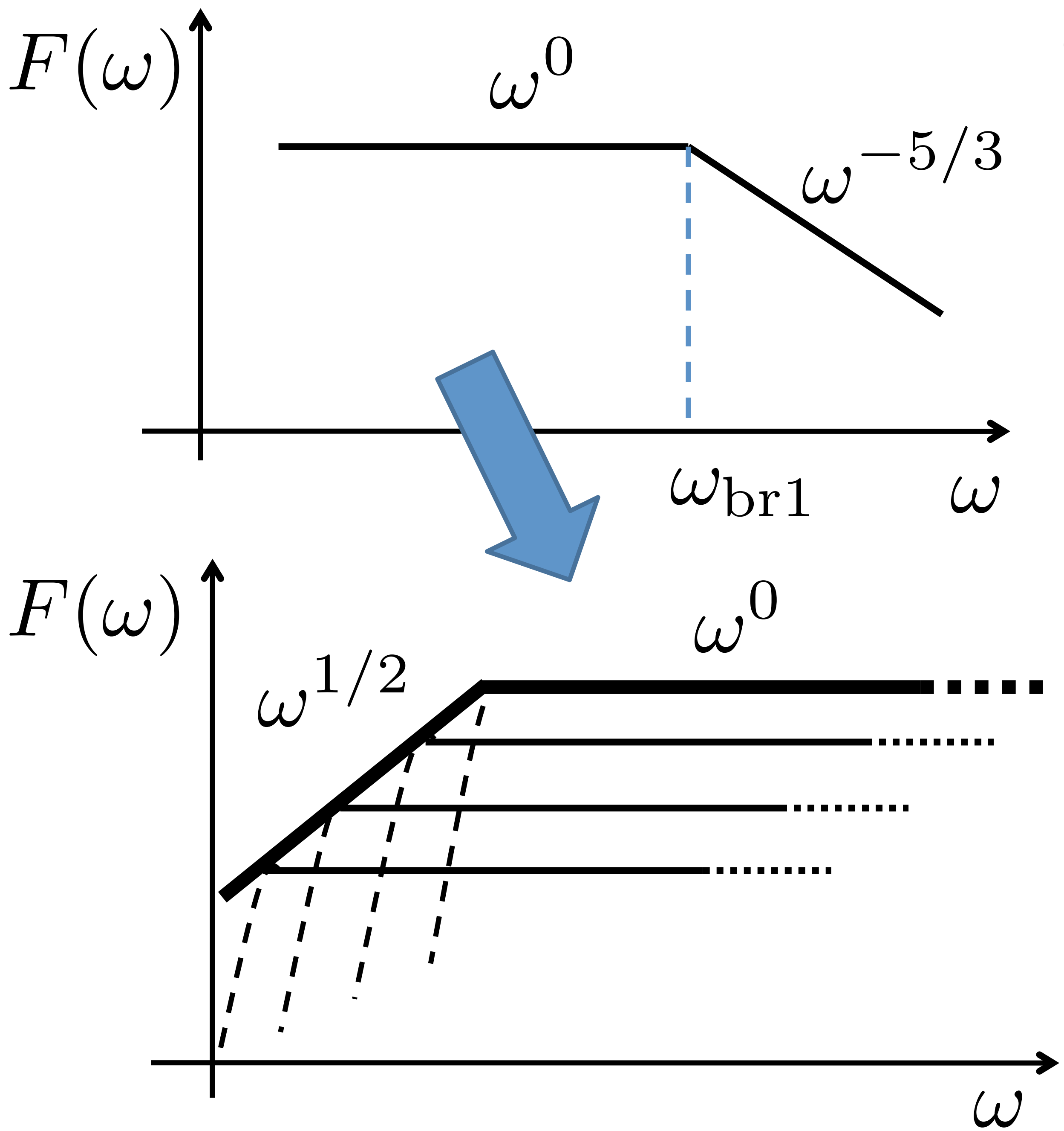
拡散近似 ⇒ $\theta_2 = N\theta_0^2$

$\theta_2 = 1/\gamma$

となる振動数を見積もると ⇒ $\omega_{\mathrm{br2}} = a\gamma^2\omega_{\mathrm{st}}$ となる。

$$F_\omega \propto \omega^{1/2}$$

放射が見え続ける限りは $F_\omega \propto \omega^0$



見え続ける確率を見積もる

$\omega_{\rm br2}$ より低振動数の放射を出す運動時間においては

$$\boxed{\frac{\theta_2^2}{4Dt} < 1}$$

であるから指数関数の部分が１とでき、

$$P(\theta, t)d\theta \sim \frac{1}{4\pi Dt} \propto t^{-1/2}$$

ここから時間 t 放射が見え続ける電子の数は $t^{1/2}$ に比例することが分かる。

それを振動数に焼き直すとフラックスは

$$\boxed{F_\omega \propto \omega^{1/2}}$$

指数関数部分が１になる条件： $\dfrac{\theta_2^2}{4Dt} < 1$

$$\boxed{D = \frac{\theta_0^2}{2\tau_{\max}}} \quad \boxed{\tau_{\max} = \frac{\lambda_{\max}}{c}} \quad \boxed{\frac{\gamma m c^2}{e\sigma}\theta_0 = \lambda_{\max}} \quad \boxed{\theta_2 = \frac{1}{\gamma}}$$

を用いて

$$\frac{\theta_2^2}{4Dt} = \frac{1}{4t}\frac{1}{\gamma^2}\frac{2\tau_{\max}}{\theta_0^2} = \frac{1}{2t}\frac{mc}{e\sigma}\frac{mc^2}{e\sigma\lambda_{\max}}$$

$\boxed{a = \dfrac{e\sigma}{mc^2}\dfrac{\lambda_{\max}}{2\pi}}$ であるから、 ⇒ $\dfrac{{\theta_2}^2}{4Dt} = \dfrac{\pi}{at}\dfrac{mc}{e\sigma}$

つまり $\boxed{t > \dfrac{\pi}{a\omega_{\mathrm{st}}}}$ であればよい。

$$\omega_{\mathrm{br2}} = a\gamma^2\omega_{\mathrm{st}}$$

であるから、ω_{br2} より低振動数を見る場合はこの条件は満たされる。

ブレイク３

$\omega \ll \gamma^2 \omega_{\rm st}$ の時　　$\theta_{\rm cone} = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{3\gamma^2\omega_{\rm st}}{\omega}\right)^{1/3}$

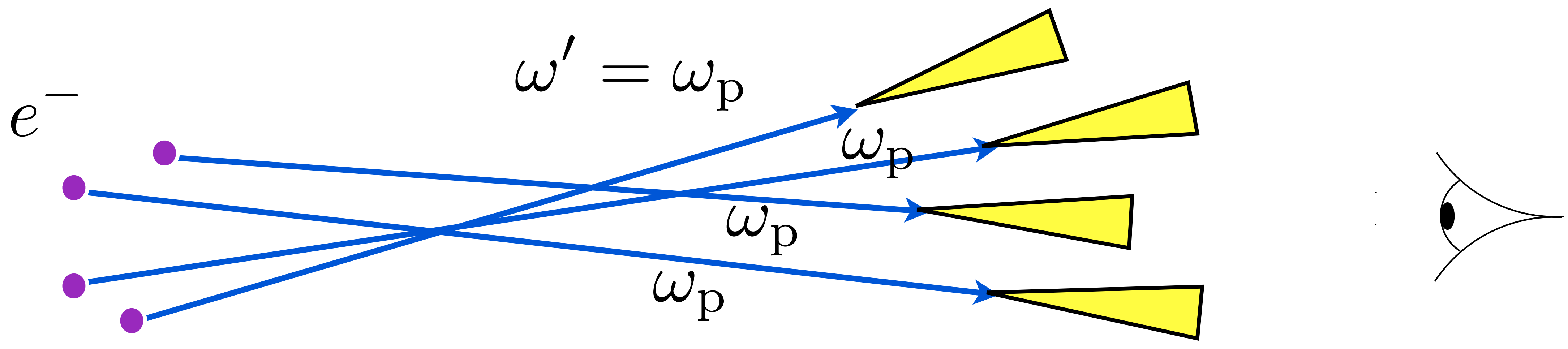
変形して

$$\Rightarrow \omega_{\rm br3} = (\gamma\theta_{\rm cone})^{-3} 3\gamma^2\omega_{\rm st}$$

$\frac{\gamma m c^2}{e\sigma}\theta_0 = \lambda_{\rm max}$ であるから、$\theta_0 = \theta_{\rm cone}$ の条件を課すと

$$\boxed{\omega_{\rm br3} \sim a^{-3}\gamma^2\omega_{\rm st}}$$

$\omega \sim \gamma^2 \omega_{\mathrm{p}}$ 付近で　$F_\omega \propto \omega^1$ である理由



$\omega' = \dfrac{\omega}{2}(\gamma^{-2} + \theta^2)$ ：観測者系で見た電子の振動数

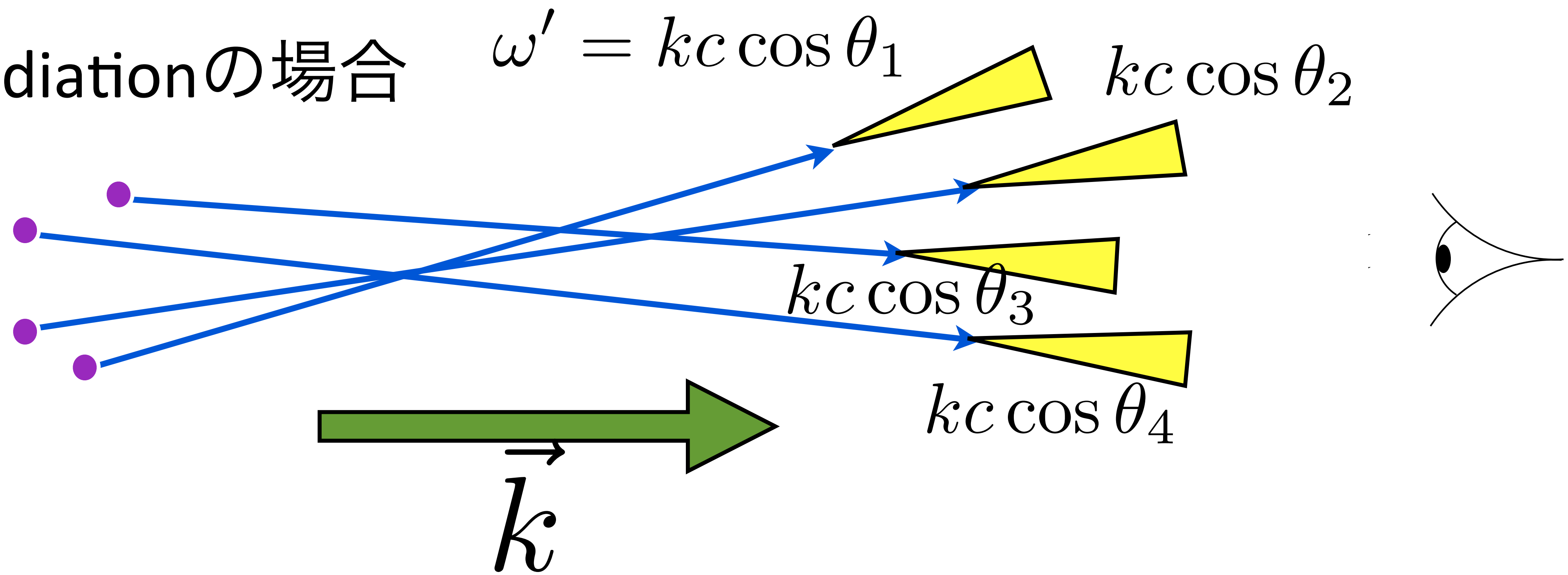
θ ：放射の方向と速度の方向の間の角度

$$\frac{dP}{d\nu} = P_0[\underline{\nu(1} - 2\nu + 2\nu^2)], \ (\nu_{\min} < \nu < 1) \qquad \nu = \frac{\omega}{2\gamma^2\omega_{\mathrm{p}}}$$

ω' は同じでビーミングの効果でスペクトル指数が決まる。

$\omega \sim \gamma^2 \omega_{\mathrm{p}}$ 付近で $F_\omega \propto \omega^1$ である理由

Jitter radiationの場合



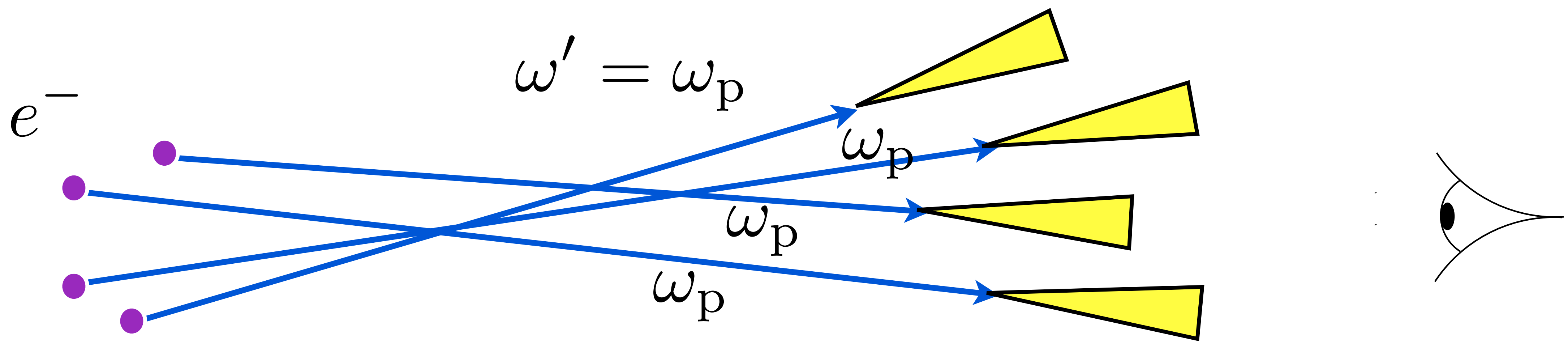
$\omega' = \dfrac{\omega}{2}(\gamma^{-2} + \theta^2)$ ：観測者系で見た電子の振動数

θ ：放射の方向と速度の方向の間の角度

$$\frac{dP}{d\nu} = P_0[\underline{\nu(1} - 2\nu + 2\nu^2)], \ (\nu_{\mathrm{min}} < \nu < 1) \qquad \nu = \frac{\omega}{2\gamma^2\omega_{\mathrm{p}}}$$

ω' は同じでビーミングの効果でスペクトル指数が決まる。

$\omega \sim \gamma^2 \omega_{\rm p}$ 付近で　$F_\omega \propto \omega^1$ である理由



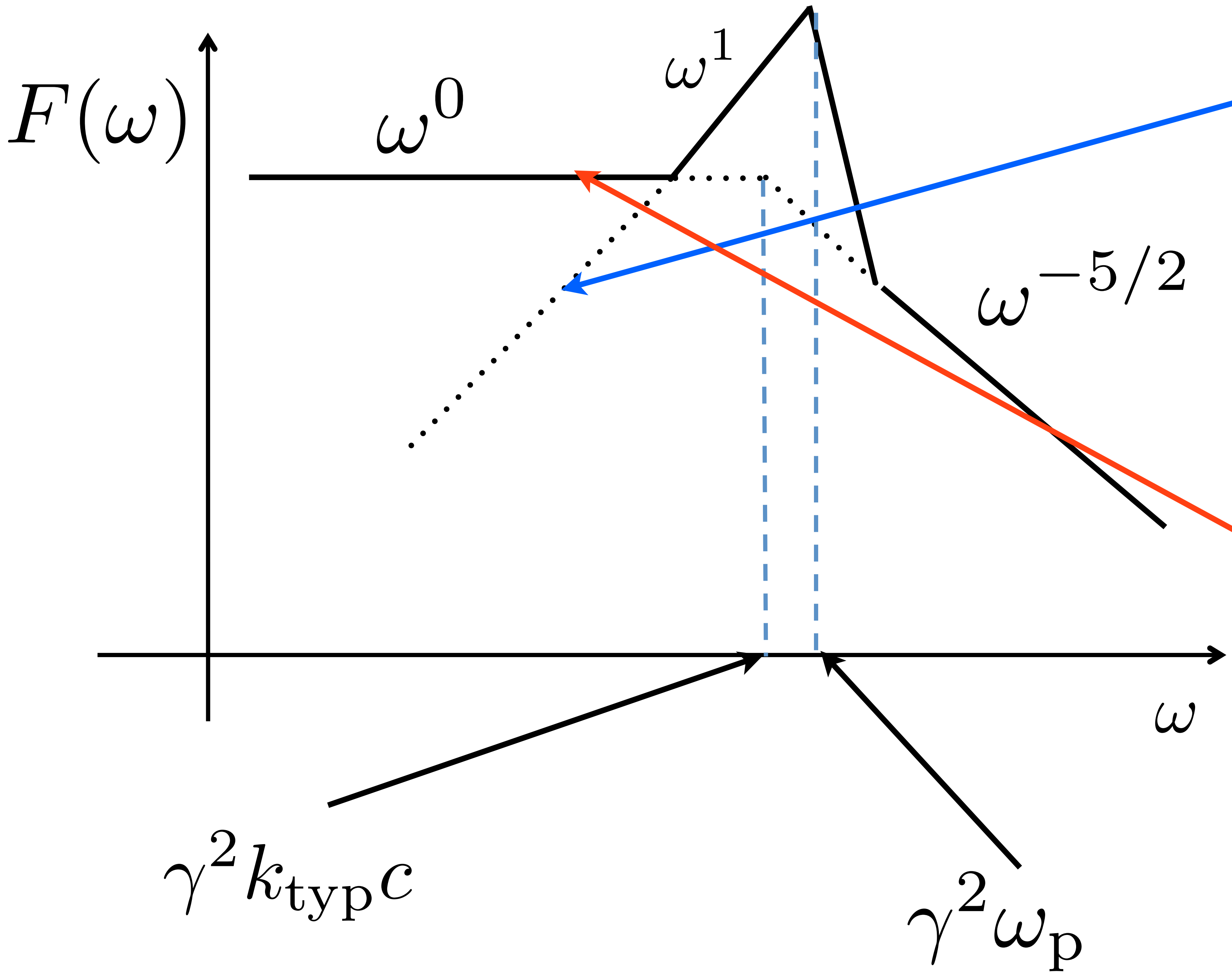
$\omega' = \dfrac{\omega}{2}(\gamma^{-2} + \theta^2)$ ：観測者系で見た電子の振動数

θ ：放射の方向と速度の方向の間の角度

$$\frac{dP}{d\nu} = P_0[\underline{\nu(1} - 2\nu + 2\nu^2)],\ (\nu_{\rm min} < \nu < 1) \qquad \nu = \frac{\omega}{2\gamma^2\omega_{\rm p}}$$

ω' は同じでビーミングの効果でスペクトル指数が決まる。

$\omega \ll \gamma^2\omega_\mathrm{p}$ で $F_\omega \propto \omega^0$ である理由



弱くビーミングされた
振動起源の放射

$\omega' = \omega_\mathrm{p}$

関与する電場 σ

強くビーミングされた
波数起源の放射

$\omega' = k_\mathrm{typ} c \cos\theta$

関与する電場

$B(k_\mathrm{typ})$

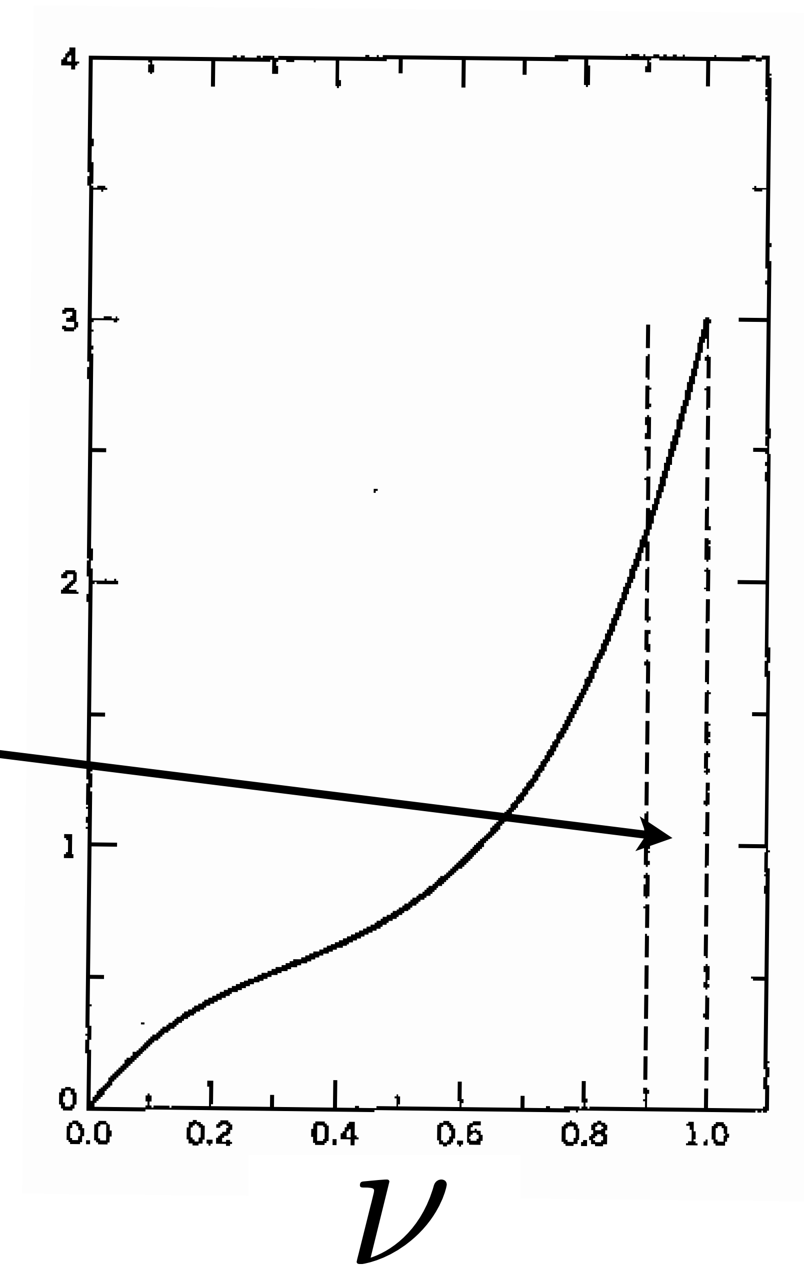
$F_\omega \propto \omega^3$ スペクトルについて

$$\frac{dP}{d\nu} = P_0[\nu(1-2\nu+2\nu^2)],\ (\nu_{\min} < \nu < 1)$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\gamma^2\omega_{\mathrm{p}}}$$

この部分に対応する観測者と
電子の運動方向の角度

$$0 < \theta_{\mathrm{obs}} < \frac{1}{3\gamma}$$



Jackson 1999

*リニアスケール

原理的には可能だが、電子のエネルギーのゆらぎや
プラズマ振動数のゆらぎを考えると
観測にかかるのか疑問が残る。

$\omega = \gamma^2 \omega_{\rm st}$ 以下で $F_\omega \propto \omega^{1/3}$ である理由

遅延効果 $ct/r_{\rm L}$ で展開

$$\omega\left(t - \frac{\vec{n}\cdot\vec{r}(\tau)}{c}\right) \sim \frac{\omega}{2}\left[\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right)t + \underline{\frac{c^2}{3r_{\rm L}^2}t^3}\right],$$

この３次項が肝。

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{3\pi^2 c}\left(\frac{\omega^2 r_{\rm L}^2}{c}\right)^2\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right)^2\left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\theta^2}{(1/\gamma^2)+\theta^2}K_{1/3}^2(\xi)\right]$$

$+$

$$K_{2/3}(\xi) \propto \xi^{2/3} \text{ for } \xi \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left.\frac{d^2I}{d\omega d\Omega}\right|_{\theta=\theta_1} \propto \omega^{2/3}.}$$

$+$

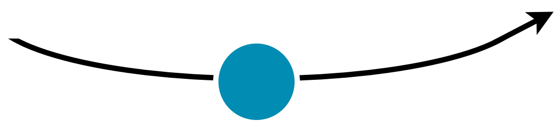
$$\boxed{\theta_{\rm cone} = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{3\gamma^2\omega_{\rm st}}{\omega}\right)^{1/3} \propto \omega^{-1/3}} \quad \Rightarrow \quad F_\omega \propto \omega^{1/3}$$

$$\xi = \frac{\omega r_{\rm L}}{3c}\left(\frac{1}{\gamma^2}+\theta^2\right)^{3/2}$$

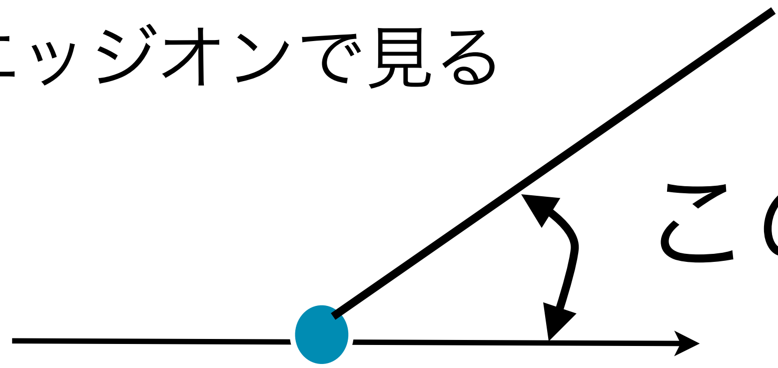
$r_{\rm L}$:曲率半径

物理的に言い直すと

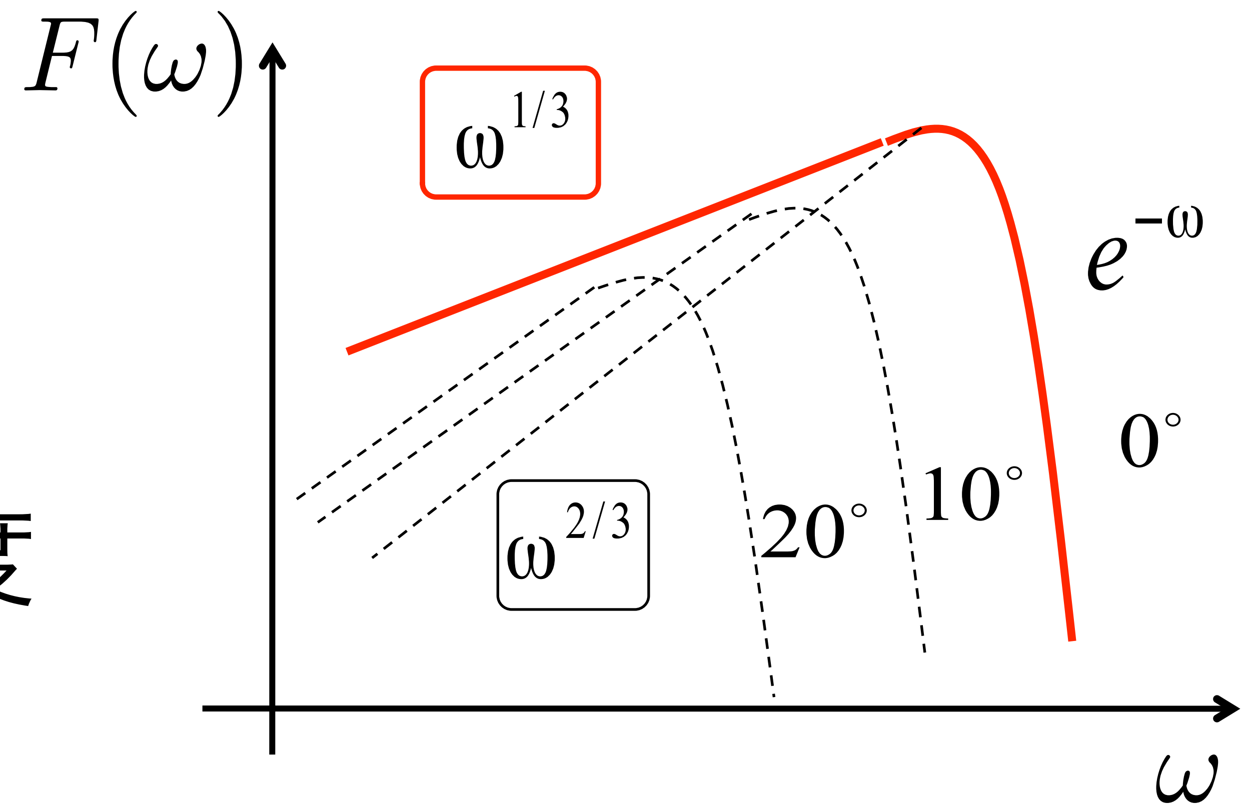
この運動を



エッジオンで見る



この角度

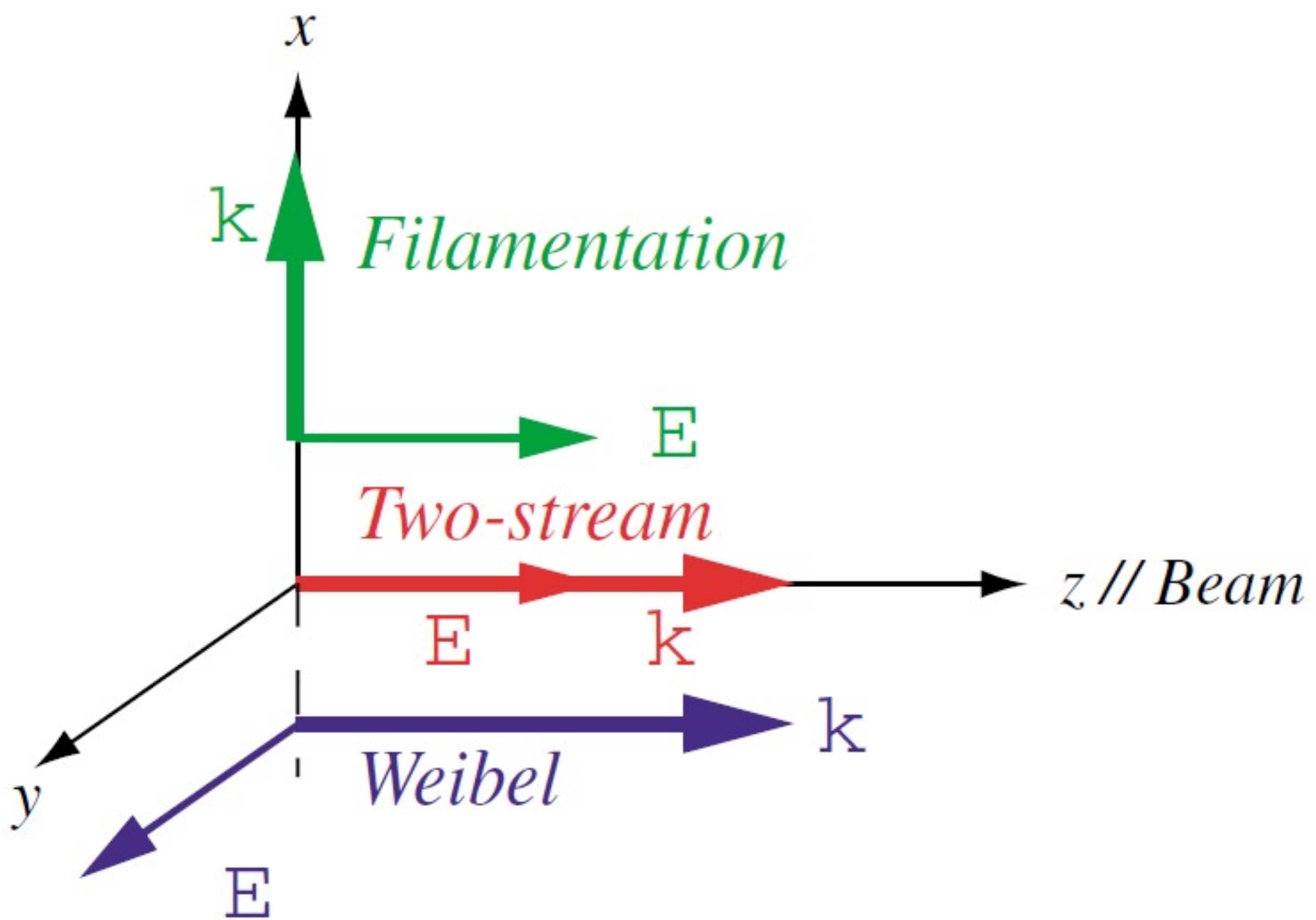


ある角度から見ると　$F(\omega) \propto \omega^{2/3}$

角度積分すると　$F(\omega) \propto \omega^{1/3}$　となる。

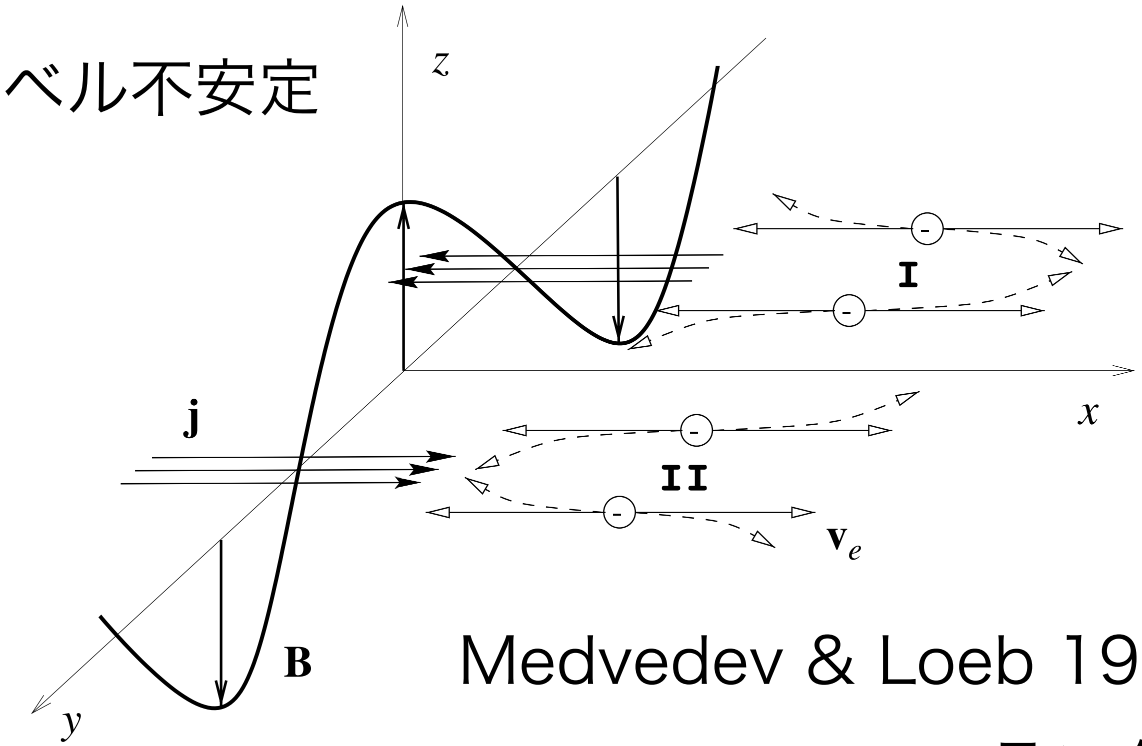
乱流電磁場

それぞれのモードでの定義された方向



プラズマ不安定の物理的描像

ワイベル不安定



Medvedev & Loeb 1999

電子流が曲がることでカレントを
生成して磁場を作る。
→ますます電子が曲がる。

２流体不安定

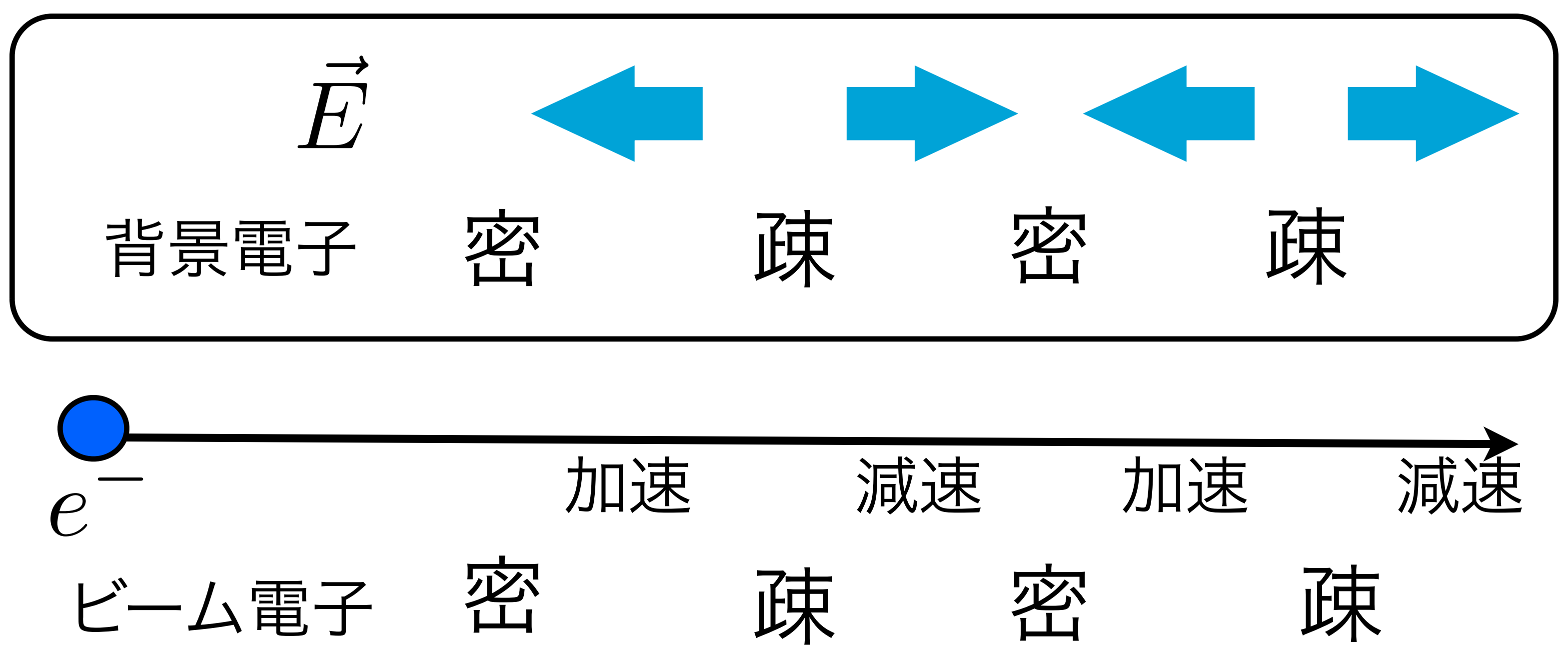
$$k_{\max} \sim \frac{\omega_{\rm p}}{v_{\rm d}}$$

$$v_{\rm ph} \sim \frac{\omega_{\rm p}}{k}$$

for cold plasma

同じくらいの速度。

ラングミュア波



滞在時間の違いが電場を増大させる。

ごくシンプルに a を見積もる

Equipartition

$$\frac{B^2}{8\pi} = \gamma_{\rm th} n m c^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{eB}{mc} = \sqrt{\frac{8\pi n e^2}{\gamma_{\rm th} m}} \gamma_{\rm th}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_{\rm st} = \sqrt{2} \gamma_{\rm th} \omega_{\rm p}$$

$$\boxed{a \sim \gamma_{\rm th}}$$

Wave breaking limit

非相対論的な場合

$$\frac{\omega_{\rm st}}{\omega_{\rm p}} = \frac{v_{\rm A}}{c} < 1$$

相対論的な場合

$$\frac{\omega_{\rm st}}{\omega_{\rm p}} = \sqrt{\gamma_{\rm th}}\frac{v_{\rm A}}{c}$$

1よりは大きくなりうるが、$\gamma_{\rm acc}$

よりは小さいと考えられる。

磁場のスケール λ_B と $\frac{r_L}{\gamma}$ の比較

ワイベル不安定では λ_B は

$$\lambda_B = \kappa \frac{c}{\omega_p}$$

κ 比例定数

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{\gamma_{th} m}}$$ プラズマ振動数

γ_{th} 磁場を作る電子のローレンツ因子

※衝撃波静止系

とできるので、比をとると、

$$a \sim \frac{\lambda_B}{r_L/\gamma_{th}} \sim \kappa\sqrt{2\gamma_{th}\epsilon_B} \sim O(1)$$

$\gamma_{th} \sim \Gamma \sim O(1)$

を用いた。

$\kappa \approx 10$ $\varepsilon_B \approx 0.01$ ＰＩＣ計算における典型的な値

ワイベル不安定で励起された磁場の場合

最大成長波数

$$k_{\rm max}c \sim \omega_{\rm p}$$

＋アルフベン限界電流 ⇒ $\dfrac{eB}{mc} \gtrsim \omega_{\rm p}$

また典型的な変動時間はeddy time

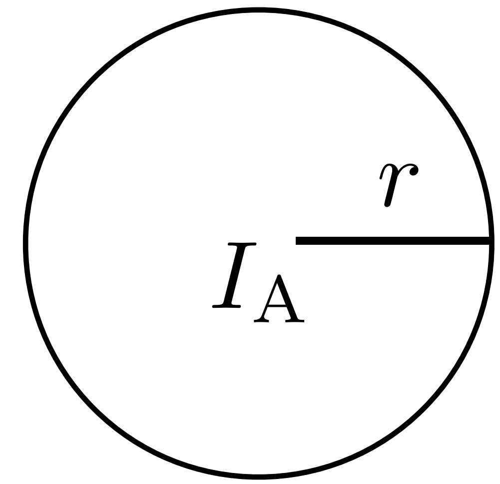
相対論的な プラズマの場合 $t_{\rm eddy} \sim \dfrac{c}{\omega_{\rm p}}\dfrac{1}{c} \sim \dfrac{1}{\omega_{\rm p}}$

結局 $a \sim b \sim 1$

の乱流場ができると考えられる。

Alfven 限界電流 $I_{\rm A} = \dfrac{\gamma m c^2 v}{e}$

変位電流無視 $rot\vec{B} = \dfrac{4\pi}{c}\vec{j}$



$r^2 \dfrac{B}{r} \sim \dfrac{I_{\rm A}}{c}$ と $r = \dfrac{c}{\omega_{\rm p}}$

$B \sim \omega_{\rm p} \dfrac{\gamma m c}{e}$

よって $\omega_{\rm st} = \gamma \omega_{\rm p} > \omega_{\rm p}$

内部衝撃波で $\gamma = O(1)$ $a \sim 1$

結局

原理的な限界 $a \sim \gamma_{\mathrm{th}}$

天体で現実に
期待される値 $a \sim 1$

mildly relativistic、sub-equipartition

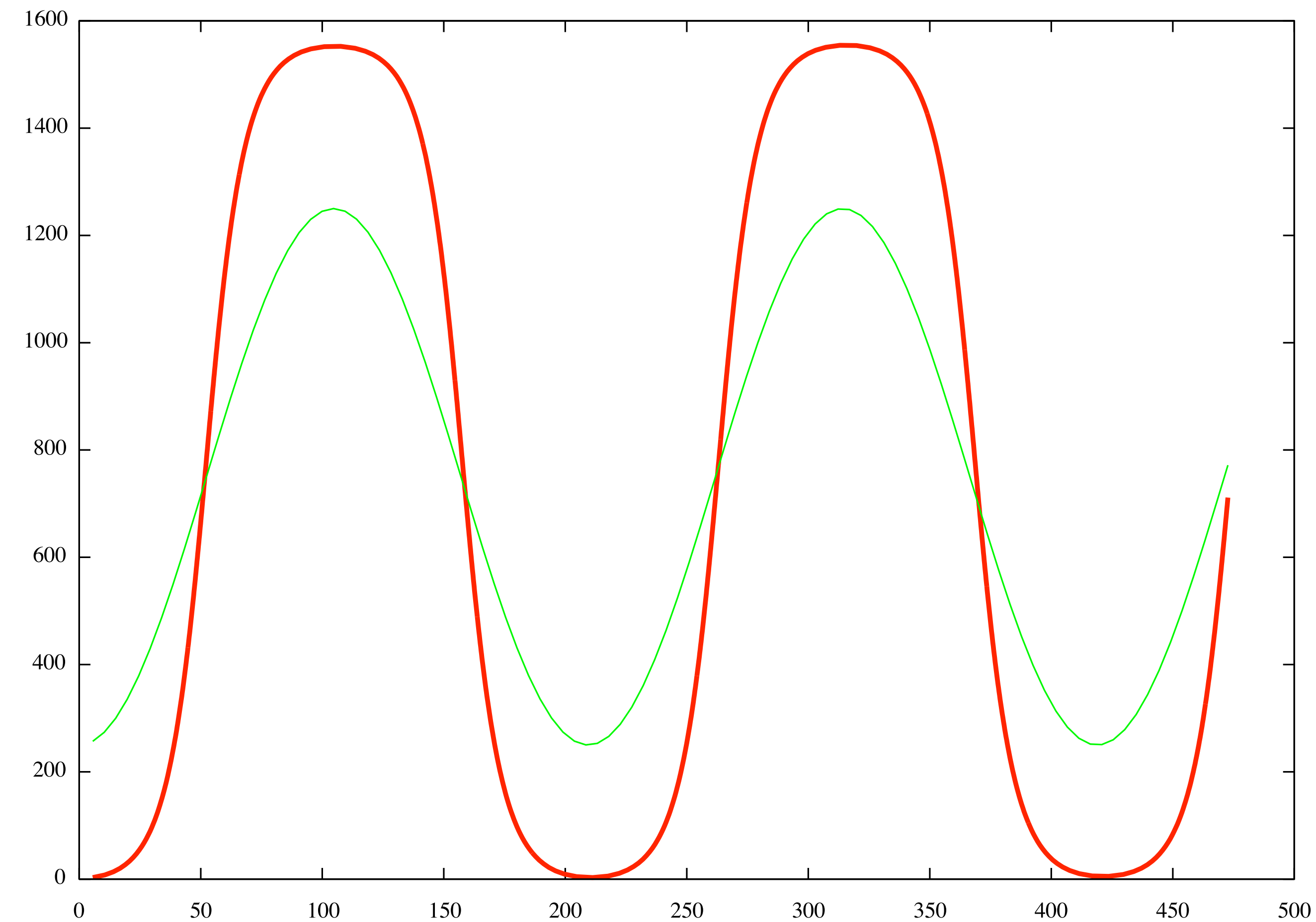
PWNでは実際に粒子エネルギーが支配的

他

$\eta > \gamma_{\rm init}$:Non linear trajectory

PFTが $1/\omega_{\rm st} = \dfrac{mc}{eE}$ より長くなる部分が表れる。

$\omega_{\rm st}$ が
放射スペクトルの
特徴的値では
なくなってくる。



Linear Acceleration Emission的
になってくる。

軌道

平均速度系では $\eta = \omega_{\mathrm{st}}/\omega_{\mathrm{p}}$ で軌道が変わる

観測者系では

$$\beta_x = -\frac{\sin\omega_{\mathrm{p}}t}{\sqrt{\alpha + \sin^2\omega_{\mathrm{p}}t}}$$

$$\beta_z = -\frac{\sqrt{\alpha - 1/\eta^2}}{\sqrt{\alpha + \sin^2\omega_{\mathrm{p}}t}}$$

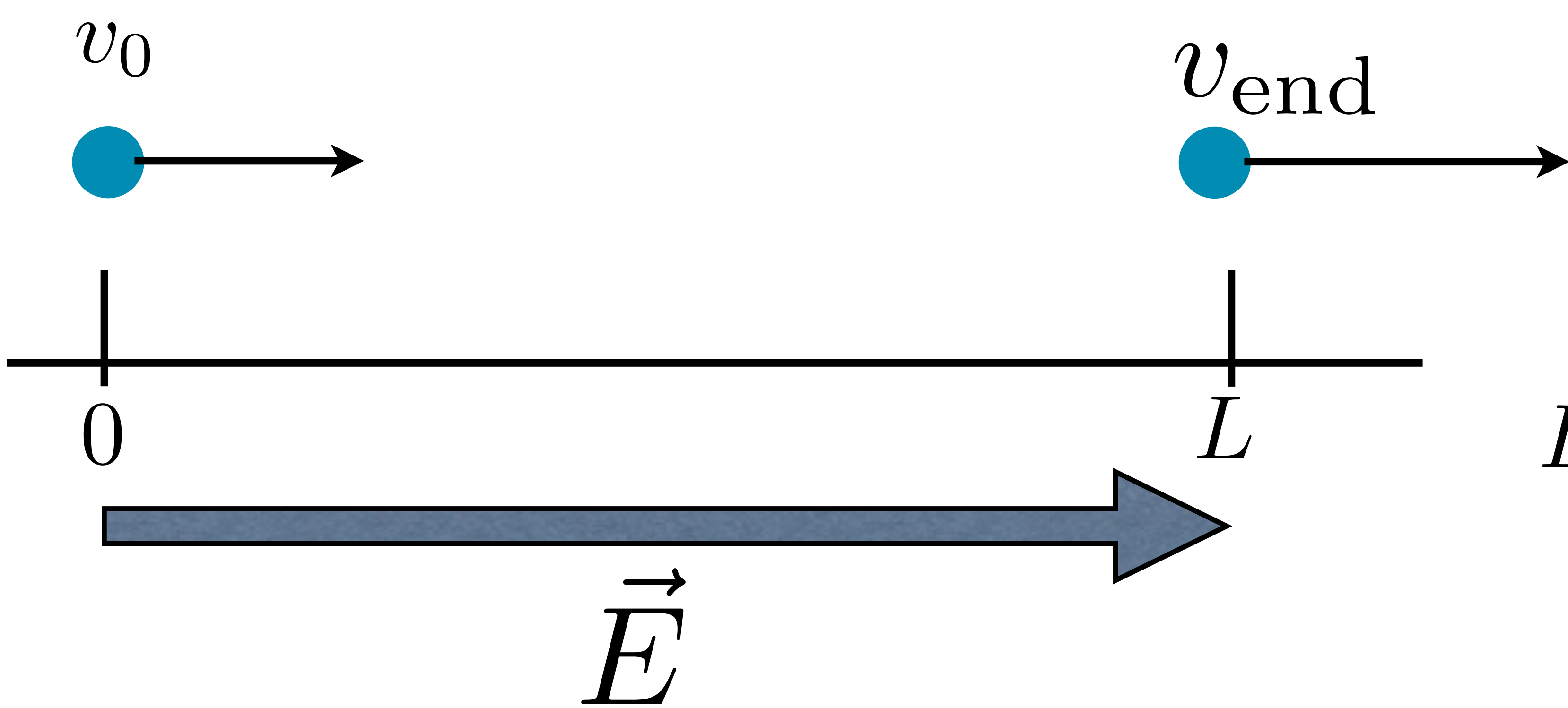
$$\alpha \equiv \left(\frac{\gamma_{\mathrm{init}}}{\eta}\right)^2$$

が運動を決める。

$\eta < \gamma$ のレンジにおいては

ω_{st} をパラメータとして用いてよい。

LAEの典型的振動数



$$L \equiv A\frac{c}{\omega_{\rm st}}$$

$$eEL = Amc^2$$

$$\gamma_{\rm end} - \gamma_0 = A$$

$\gamma_{\rm end} \gg A$ との時 $\omega \sim \gamma_0^2 \dfrac{L}{c}$ と近似できる。

一般の場合は初等的であるが煩雑なので省略